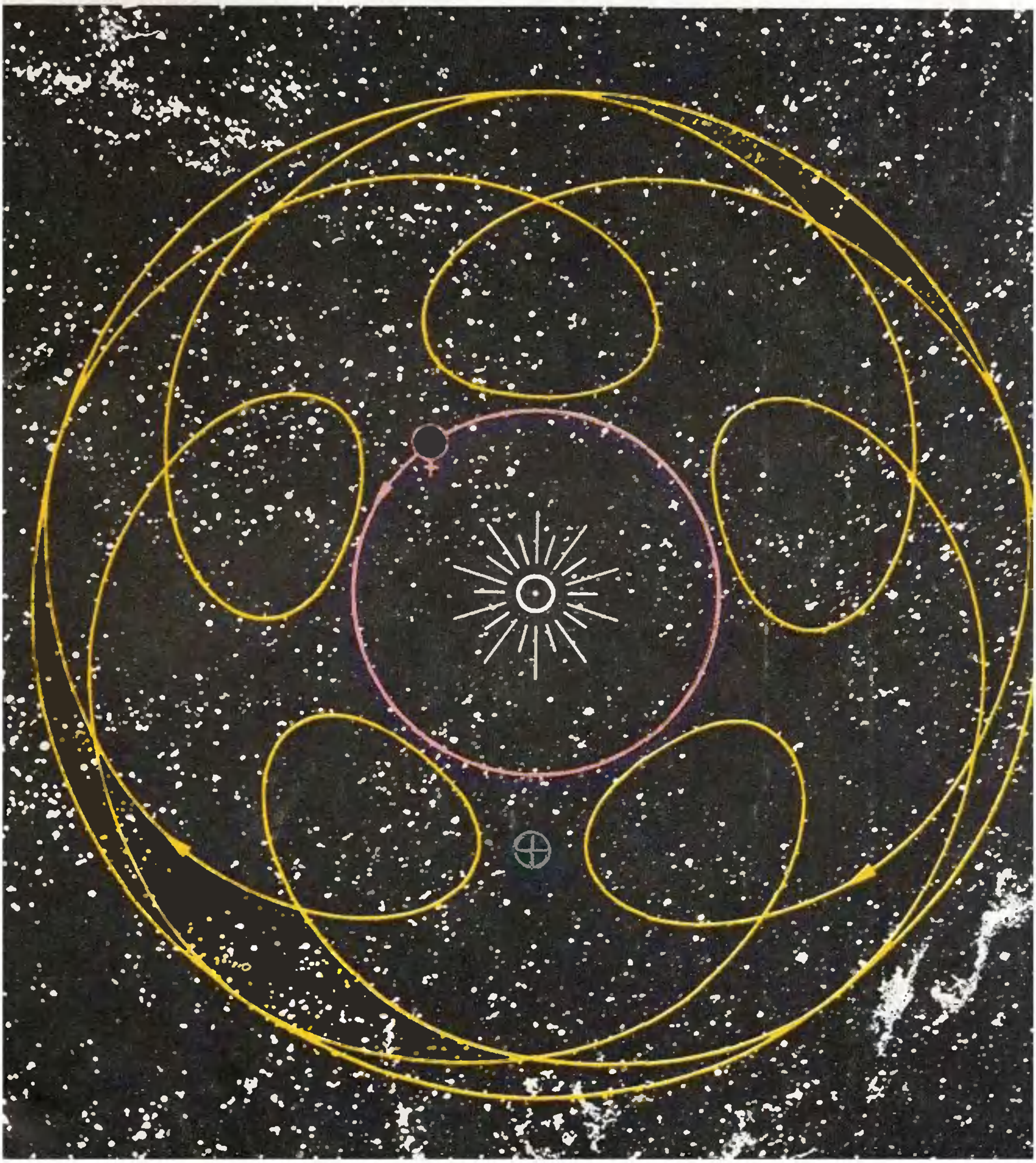
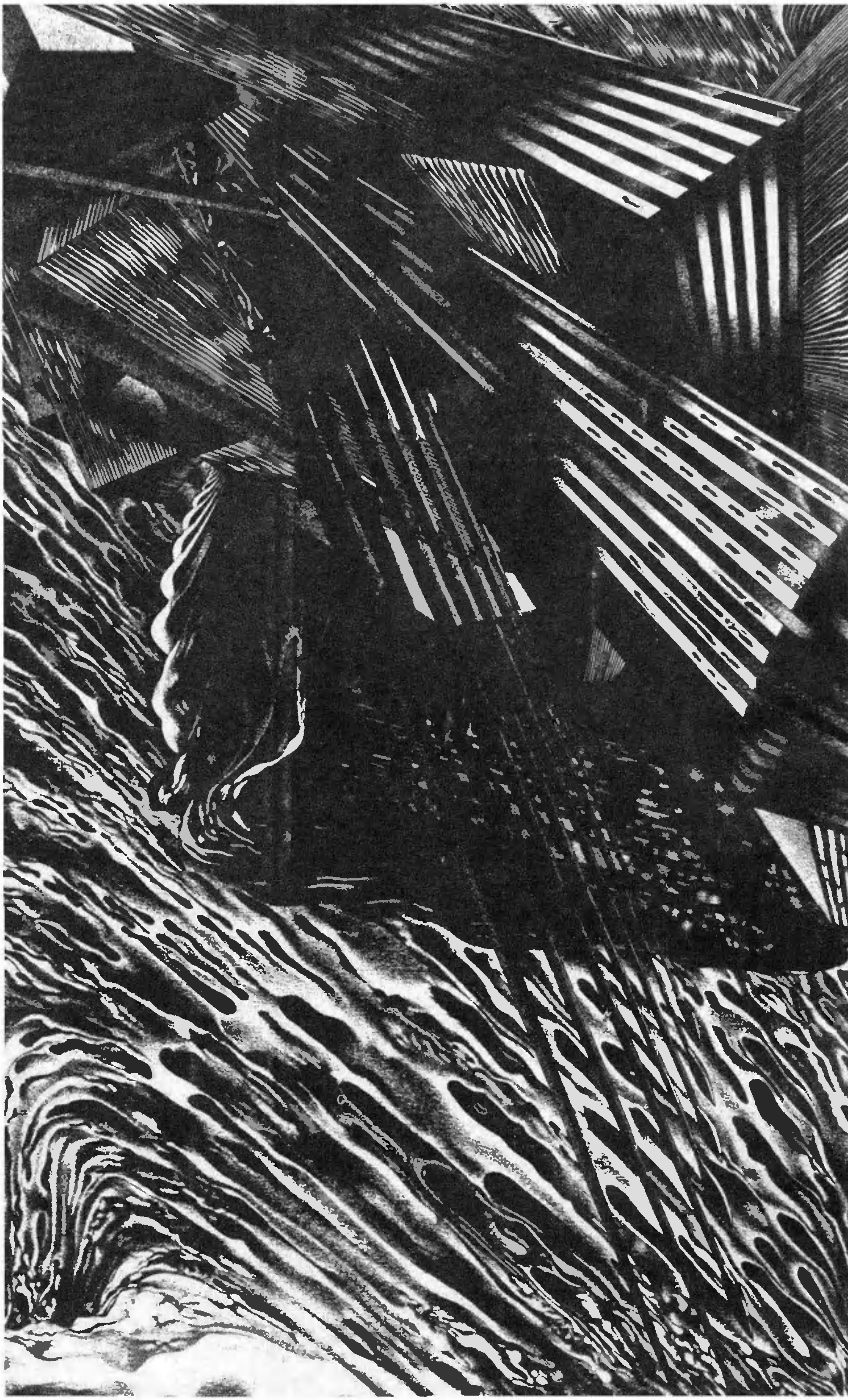
ISSN 0130-2221

Квант

12
1983

Научно-популярный физико-математический журнал Академии наук СССР и Академии педагогических наук СССР





Научно-популярный физико-математический журнал Академии наук СССР и Академии педагогических наук СССР

Квант 12 1983

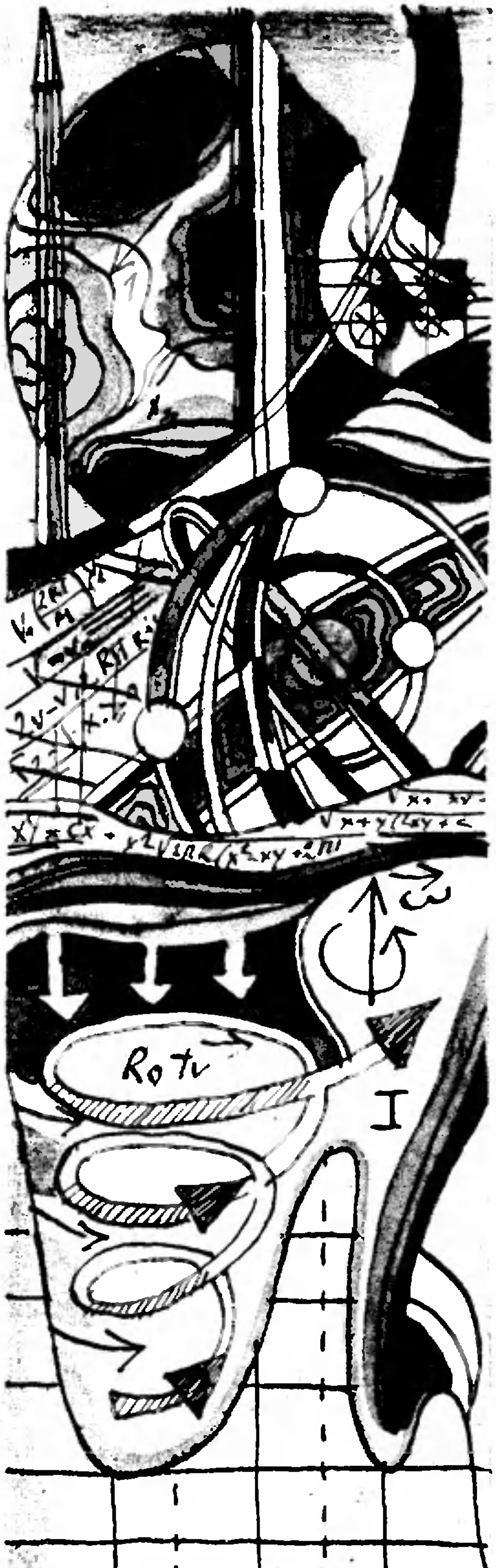
Основан в 1970 году

Издательство „Наука". Главная редакция физико-математической литературы

В НОМЕРЕ: / IN THIS ISSUE:

На 1-й и 4-й страницах обложки изображена траектория астероида Торо в разных системах отсчета. Об этом удивительном астероиде рассказано в статье А. В. Бялко «Торные тропы Торо».

На 2-й странице обложки помещен фрагмент рисунка доктора физико-математических наук А. Т. Фоменко, иллюстрирующий в образной форме процесс образования минимальной поверхности.



Роль математической физики в современной науке

Академик
В. С. ВЛАДИМИРОВ,
доктор физико-математических наук
А. С. МИЩЕНКО

Единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений.
В. И. Ленин. «Материализм и эмпириокритицизм»

Уже само название «математическая физика» говорит о том, что эта дисциплина занимает как бы промежуточную область между математикой и физикой, находясь под непосредственным и сильным влиянием как той, так и другой. Чем же конкретно занимается эта «промежуточная область» науки? Говоря коротко и, может быть, не совсем понятно, на этот вопрос можно ответить так: «Математическая физика — это теория математических моделей физических явлений». Чтобы понять это краткое определение, обратимся к некоторым (хорошо известным школьникам) примерам таких математических моделей.

Описывая закономерности движения твердых тел, физики формулируют *второй закон Ньютона:* ускорение материального тела прямо пропорционально сумме всех сил, действующих на данное тело.

Как использовать на практике второй закон Ньютона? Пусть твердое тело настолько мало, что его положение в трехмерном пространстве задается одной точкой. Если в пространстве фиксирована некоторая декартова система координат, то точка, а значит, положение твердого тела определяется тремя числами — координатами точки x, y, z, или, что то же самое, положение твердого тела определяется вектором $\vec{r}$ в трехмерном пространстве. Этот вектор $\vec{r}$ в различные моменты времени t принимает, вообще говоря, различные значения. Таким образом, вся совокупность положений тела в результате его движения полностью описывается векторно-значной функцией $\vec{r}=\vec{r}(t)$, зависящей от одной действительной переменной t. Предполагаем, что функция $\vec{r}=\vec{r}(t)$ достаточно хороша, точнее, что она по крайней мере дважды дифференцируема*) в каждый момент времени t. Тогда вторая производная $d^2\vec{r}(t)/dt^2$ есть не что иное, как ускорение тела в момент времени t. Пусть $\vec{F}$ — сумма всех сил, действующих на данное тело. Значение вектора $\vec{F}$ тоже, вообще говоря, зависит от времени t, то есть $\vec{F}=\vec{F}(t)$ — некоторая функция от одной переменной t.

Тогда второй закон Ньютона записывается в виде математического уравнения, связывающего две векторно-значных функции $\vec{r}=\vec{r}(t)$ и $\vec{F}=\vec{F}(t)$:

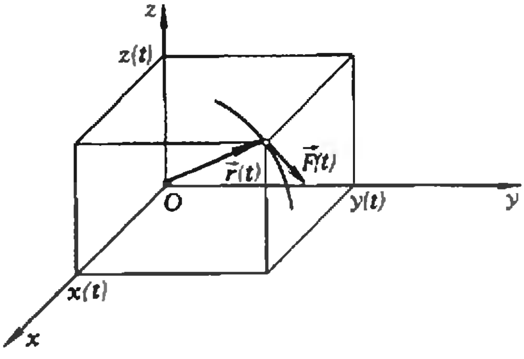
$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}(t)=\vec{F}(t). \qquad (1)$$

Уравнение (1) и есть математическая модель, описывающая на математическом языке второй закон Ньютона.

*) Векторно-значная функция $\vec{r}(t)=(x(t);\ y(t);\ z(t))$ называется *дважды дифференцируемой, если ее координатные функции* $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ дважды дифференцируемые, то есть существуют вторые производные $x''(t)$, $y''(t)$, $z''(t)$. В этом случае *вторая производная* функции $\vec{r}(t)$ определяется так:

$$\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}=(x''(t);\ y''(t);\ z''(t)).$$

(Прим. ред.)



Используя уравнение (1) и различные математические теоремы, ученые делают различные заключения о качественном или количественном характере движения твердого тела. Например, если сумма всех сил, действующих на данное тело, постоянна, то есть длина и направление вектора $\vec{F}$ не зависят от значения времени t, то движение тела происходит по прямой линии. Доказательство сводится к описанию всех решений уравнения (1) в том случае, когда правая часть $\vec{F}(t)$ есть постоянный вектор.

* * *

Конечно, приведенный пример математической модели очень прост с современной точки зрения. Каждая математическая модель возникала по мере необходимости. Таким образом, не случайно, что автором второго закона механики и начал дифференциального исчисления для функций одной переменной был один и тот же человек — знаменитый английский ученый Исаак Ньютон (1643—1727), работы которого и положили начало математической физике как самостоятельной науке.

Математическая физика развивалась параллельно с развитием и физики, и математики. Вслед за созданием И. Ньютоном основ классической механики и теории всемирного тяготения, методы математической физики начали формироваться при построении и изучении математических моделей широкого круга различных физических явлений.

В XVIII веке методы математической физики применялись к изучению колебаний струн и стержней и в простейших задачах движения жидкости. Развитие этих методов связано с именами таких выдающихся ученых, как Д'Аламбер (1717—1783), Эйлер (1707—1783), Д. Бернулли (1700—1782) и Лагранж (1736—1818). Область применения методов математической физики уже в те времена была обширной. Достаточно указать, какие задачи решались в трудах величайшего математика XVIII века, академика Российской академии наук Л. Эйлера. Это задачи о колебаниях струн и распространении звука, гидравлика и гидродинамика, сопротивление материалов, оптика, электричество, магнетизм и многие другие.

Характерной особенностью этих методов является построение математических моделей в виде дифференциальных уравнений в частных производных — уравнений, в которые входят неизвестная функция, зависящая не от одной, а от нескольких переменных, и ее частные производные (то есть производные по отдельным переменным). Поэтому такие уравнения иногда называют уравнениями математической физики, хотя в настоящее время арсенал математических средств, используемых в математической физике, ими не исчерпывается.

* * *

В XIX веке большой вклад в развитие и идей и методов математической физики внесли русские ученые М. В. Остроградский (1801—1862), П. Л. Чебышёв (1821—1892), А. М. Ляпунов (1857—1918), Н. Е. Жуковский (1847—1921), В. А. Стеклов (1864—1926) и С. А. Чаплыгин (1869—1942).

Замечательный русский и советский математик, создатель Петербургской школы математической физики В. А. Стеклов так писал о классической математической физике в 1922 году:

«Решение задач математической физики приводится к определению одной или нескольких величин, характеризующих тот или иной физический процесс, совершающийся в данной среде (в данном теле) в зависимости от положения каждой точки этой среды и времени при помощи одного или нескольких дифференциальных уравнений.

Эти уравнения выводятся при помощи небольшого числа возможно простых гипотез, которые полагаются в основу теории каждого физического явления и представляются как результат обобщения длинного ряда опытов и наблюдений над физическими процессами, которые действительно происходят в окружающей нас природе или создаются искусственно.

В результате такого отвлечения (обобщения) создается небольшое число основных положений (гипотез), которые должны быть независимы между собою и не противоречить ни одному из известных в данное время фактов действительности.

Эти гипотезы полагаются в основу теории того или иного физического явления, и вся теория развивается затем дедуктивно при помощи аксиом математики и основных законов общей механики по методам дифференциального и интегрального исчислений.

Таким путем, по физическим данным каждой задачи, составляются дифференциальные уравнения, характеризующие сущность рассматриваемого процесса для каждой точки среды и для каждого момента времени.

Задача сводится к определению в функции времени, координат каждой точки среды, в которой происходит изучаемое явление, и величин, определяющих физические свойства среды, тех неизвестных, которые фигурируют в полученных дифференциальных уравнениях, то есть к интегрированию этих уравнений.

При этом получаемое таким путем решение должно удовлетворять всем данным, которые получаются как результат непосредственного наблюдения над изучаемым процессом».

* * *

Еще большее развитие получила математическая физика в XIX веке и в нашем, двадцатом. Расширяется число физических явлений, изучаемых методами математической физики: теплопроводность, диффузия, оптика, электродинамика, нелинейные волновые процессы, квантовая физика и теория относительности. Расширяется и область математики, применяемая при построении математических моделей. Кроме дифференциальных уравнений для исследования задач математической физики служат интегральные уравнения, вариационное исчисление, теория функций, функциональный анализ, теория вероятностей, приближенные и численные методы.

Математическая физика сегодняшнего дня благодаря своим глубоким связям почти со всеми разделами математики занимает центральную, цементирующую роль в обширном здании современной математики.

Своими тесными связями с физикой и другими естественными науками математическая физика всегда привлекала внимание многих крупных ученых. Этим она стимулировала развитие математики. Хорошо известно, что в течение последнего десятилетия многие крупные представители «чистой» математики стали заниматься математической физикой. Однако обратное влияние математики на физику часто недооценивается. Бытует заблуждение, «что «настоящая» математика не имеет ничего общего с решением проблем, интересных для практики», что математика нужна физике только как средство для вычислений, что физикам нужна только «упрощенная» математика, что можно даже обойтись одним лишь компьютером. На самом деле роль математики гораздо глубже. Хорошо известны многие примеры из истории науки, когда в рамках удачно выбранной математической модели, с помощью только рассуждений и вычислений, как говорят, «на кончике пера», удавалось предсказать новые физические явления или существование новых физических объектов. И эти предсказания впоследствии блестяще подтвердились на опыте.

* * *

Одним из наиболее замечательных примеров теоретического предсказания является открытие планеты Нептун Солнечной системы. В 1781 году английский астроном Вильям Гершель обнаружил с помощью построенного им самим телескопа новое небесное тело. Вначале он предполагал, что обнаруженное им тело является кометой. Но тщательное изучение движения этого объекта, которое в течение двух лет проводил русский астроном Андрей Иванович Лексель, показало, что обнаруженное В. Гершелем тело является новой планетой. Эту планету назвали Ураном. А. И. Лексель продолжил вычисления орбиты Урана и обнаружил, что ее движение не согласуется с теоретическими расчетами. Он высказал предположение, что неправильности в движении Урана вызываются притяжением еще одной неизвестной ранее планеты, обращающейся на более далеком расстоянии от Солнца. Начались поиски этой неизвестной планеты. Спустя более полувека Дж. Адамс, английский астроном, в сентябре 1845 года закончил вычисления орбиты этой новой планеты и сообщил результаты своих вычислений директору Гринвичской обсерватории Дж. Эри. Однако последний не организовал своевременно поисков новой планеты. Одновременно с Дж. Адамсом аналогичные вычисления производил во Франции Урбен Леверье. 18 сентября 1846 года У. Леверье отправил в Берлинскую астрономическую обсерваторию письмо, в котором сообщил местоположение гипотетической планеты. Письмо было получено немецким астрономом Иоганном Галле 23 сентября 1846 года. В тот же вечер И. Галле обнаружил планету. Она находилась от вычисленного места всего в 52 угловых минутах.

Теоретическое предсказание существования новой планеты Нептун явилось триумфом научной мысли XIX века.

* * *

Примеров таких предсказаний впоследствии появилось очень много. Пожалуй, наиболее поучительной является история возникновения и развития теории электромагнитного поля. В истории физики считается, что основополагающей работой, посвященной созданию динамической теории электромагнитного поля, является фундаментальная работа выдающегося английского физика Дж. Максвелла «Динамическая теория электромагнитного поля» (1864 г.) В ней Максвелл написал систему дифференциальных уравнений, которые количественно связывают воедино известные до этого величины электрического и магнитного полей. Стройная система уравнений Максвелла дала многочисленные предсказания, которые блестяще подтвердились впоследствии. Самый важный вывод из теории Максвелла заключается в установлении электромагнитной природы света. То, что световые лучи являются ничем иным, как электромагнитными волнами высокой частоты, было впоследствии доказано непосредственной экспериментальной проверкой немецким физиком Герцем.

* * *

Приведем еще пример, относящийся к самому последнему времени. В январе 1983 года в Женеве, в Европейской организации ядерных исследований, было объявлено об открытии новой частицы — W-бозона*). Открытие этой частицы давно уже ожидалось — ее существование было предсказано несколько лет назад. Бозоны — «главные действующие лица» теории электрослабого взаимодействия, единой теории электромагнитных и слабых процессов (ее авторы С. Вайнберг, Ш. Глэшоу и А. Салам получили Нобелевскую премию 1979 г.). Теория предсказала не только сам факт существования W-бозонов, но и их массу. Подготовка к опытам длилась два года, наконец приборами были зарегистрированы первые бозоны. Явление это чрезвычайно редкое — и за два месяца работы установки было зарегистрировано лишь шесть случаев рождения W-бозонов. Самое замечательное, что опытные оценки массы частицы оказались очень близкими к теоретическим — практически находились в пределах точности эксперимента. Таким образом, теория электромагнитного и слабого взаимодействия получила экспериментальное обоснование.

* * *

В современной математической физике стало привычным устанавливать те или иные физические эффекты с помощью теории, а потом подтверждать эти эффекты в экспериментах. Об этом огромном влиянии математики на физику неоднократно высказывались выдающиеся ученые математики и физики. Так, на Всемирном конгрессе математиков в 1900 году великий немецкий математик Д. Гильберт, выдвигая свои знаменитые математические проблемы (впоследствии получившие названия «проблем Гильберта»), назвал 6-ю проблему об «аксиоматизации тех физических наук, в которых важную роль играет математика». Постановка этой проблемы, наряду с другими узловыми проблемами «чистой» математики, свидетельствует о той важной роли, которую Гильберт придавал математике для прогресса физики, для ее теоретической формулировки. Ту же мысль выразил В. А. Стеклов в 1921 году, обосновывая настоятельную необходимость организации при Академии наук физико-математического института: «Ни одна из естественных наук, если дело идет не о собирании сырого материала, а о действительном творчестве, не обойдется без математики, матери всех наук. Что же касается физики, поставленной впереди всех других наук, ..., то в настоящее время математика и физика до такой степени слились в одно целое, что иногда трудно отделить — где кончается математика и начинается физика».

Еще более определенно сказал выдающийся физик-теоретик и математик П. Дирак в известной статье 1930 года, в которой он теоретически предсказал существование античастиц: «Прогресс физики требует для ее теоретической формулировки все более «высокой» математики... Кажется вероятным, что этот процесс непрерывного абстрагирования будет продолжаться и в будущем и что успех физики должен в большой степени опираться на непрерывные модификации и обобщения аксиом на математической основе...»

*) Об этом см. статью «Открытие новой частицы» («Квант», 1983, № 5)

(Окончание см. на с. 11)

Н. Н. Лузин

(к столетию со дня рождения)

Отмечая столетие выдающегося ученого, создателя советской школы теории множеств и функций академика Н. Н. Лузина, мы публикуем воспоминания двух его учеников, академика П. С. Александрова и члена-корреспондента АН СССР Л. А. Люстерника. Кратко напомним основные этапы жизненного пути Н. Н. Лузина.

Николай Николаевич Лузин родился в 1883 г. в Томске, учился в Томской и Иркутской гимназиях. В 1901 г. поступил на математическое отделение физико-математического факультета Московского университета. В 1905 г., будучи студентом, выехал в Париж, где слушал в Сорбонне лекции Э. Бореля, А. Пуанкаре, Ж. Адамара и Ж. Дарбу. Вернувшись в Москву, успешно сдал государственные экзамены и был оставлен при университете для подготовки к профессорскому званию. Осенью 1910 г. факультет командировал его в Гёттинген и Париж, где Лузин написал свои первые самостоятельные исследовательские работы. В 1915 г., после возвращения в Москву, Н. Н. Лузин закончил работу «Интеграл и тригонометрический ряд», за которую получил степень доктора чистой математики (1916 г.). С 1918 г. работал в Политехническом институте г. Иваново, с 1922 г. — в Московском университете. После избрания академиком (1929 г.) руководил отделом теории функций Математического института АН СССР им. В. А. Стеклова. Н. Н. Лузин умер в Москве в 1950 г.

Из воспоминаний П. С. Александрова*)

Я впервые встретился с Н. Н. Лузиным в 1914 году, будучи студентом второго курса Московского университета. Впечатление от этой встречи было, можно прямо сказать, потрясающим и навсегда запомнилось мне. Обратившись к Лузину после окончания его лекций за советом, как мне заниматься математикой дальше, я был прежде всего поражен внимательностью и (не могу найти другого слова) уважением к собеседнику, как ни странно звучит это слово, когда речь идет о беседе уже знаменитого, хотя еще и молодого ученого с 18-летним студентом, еще только начинающим интересоваться математикой. Выслушав меня, Лузин посредством умело поставленных вопросов очень скоро разобрался в характере моих математических склонностей и сразу же в доступной мне форме обрисовал основные направления, которые он мог мне предложить для дальнейших занятий; очень осторожно он сам меня склонил к выбору одного из этих направлений, причем все это сделано было тонко, без всякого нажима и, как я теперь могу сказать, правильно. Я стал тогда же учеником Лузина.

* * *

Два самых выдающихся профессора-математика, преподававшие в Московском университете в первой трети текущего столетия: Д. Ф. Его-

*) Предлагаемая подборка воспоминаний о Лузине — отрывки из трех статей академика П. С. Александрова (1896—1983): «Успехи математических наук», т. 34, вып. 6, с. 219—249; т. 35, вып. 3, с. 241—278 и «Квант», 1977, № 10, с. 13.

ров и Н. Н. Лузин как лекторы и вообще профессора университета принадлежали к двум противоположным типам. Д. Ф. Егоров принадлежал, я бы сказал, к классическому типу, а Н. Н. Лузин — к романтическому. В лекциях Д. Ф. Егорова, всегда безукоризненно тщательно приготовленных, все доказательства были до конца продуманы и изложены в абсолютно строгой форме. В них не было места никаким элементам импровизации, и они соответствовали подготовке и уровню понимания тех слушателей, для которых были предназначены.

В противоположность этому Н. Н. Лузин был ярким представителем «романтического» типа профессора университета. Все его преподавание было чрезвычайно эмоционально. Форма этого преподавания далеко не всегда бывала безукоризненной. Н. Н. Лузину случалось приходить на лекцию и плохо подготовленным и тут же, стоя у доски перед студентами, импровизировать еще не готовое доказательство. При этом он часто ошибался, путался в выкладках и откладывал до следующей лекции материал, предназначавшийся для данной лекции, но оказавшийся не подготовленным. Словом, образцовым его преподавание назвать было нельзя. При этом он иногда и несколько кокетничал этой своей «необразцовостью». Но лекции Лузина, в эпоху расцвета его педагогической деятельности в Московском университете, были полны новыми и интересными идеями, способными побудить слушателя к дальнейшим самостоятельным занятиям. Даром увлекать умы и воспламенять сердца Н. Н. Лузин обладал в высшей степени. Естественно, что результаты этого увлечения и воспламенения были различны в зависимости от того горючего материала, на который падали брошенные в него искры вдохновения. Способные молодые начинающие математики, а их было немало среди студентов, слушавших Н. Н. Лузина, побуждались к серьезным и глубоким собственным исследованиям, осуществлявшим дальнейшие продвижения в математической науке.

Не менее важным, чем характер лекций Лузина, побуждавший и, я бы сказал, вдохновлявший слушателей к самостоятельным исследованиям в области математики, был и введенный Лузиным в практику нашего факультета совершенно новый стиль взаимоотношений между профессором и студентами. В нем поражали большая свобода и непринужденность, отсутствие всякой официальности и замена внешних проявлений почтительности со стороны студентов действительно глубоким уважением, часто переходившим в восторженное преклонение. Это уважение и делало невозможным вырождение свободы и непосредственности в отношениях между Н. Н. Лузиным и его студентами в какое-либо панибратство.

* * *

Мое знакомство с Лузиным пришлось довольно точно на середину того десятилетия, в котором он получил самые значительные свои результаты. Он жил тогда совершенно один в меблированных комнатах (Кокоревское подворье на Балчуге), жил только наукой. Мне запомнилась одна его фраза, сказанная в одну из многочисленных наших встреч: «Я дни и ночи думаю над аксиомой Цермело (аксиома произвольного выбора в теории множеств). Если бы кто-нибудь знал, что это за вещь!».

Видя Лузина в эти годы, я действительно видел то, что может называться вдохновенным отношением к науке, и я не только учился у него математике, но и получил урок того, каким должен быть профессор университета.

Тогда же я понял, что наука и приобщение к ней новых молодых людей — две стороны одной и той же деятельности — деятельности ученого. Все это осталось мне на всю жизнь.

* * *

Сформировавшаяся еще в 1914—1916 гг. группа старших учеников Н. Н. Лузина состояла из

Д. Е. Меньшова, А. Я. Хинчина, М. Я. Суслина и меня. К 1919—1920 гг. она пополнилась рядом молодых математиков: П. С. Урысон, Л. А. Люстерник, М. А. Лаврентьев, Н. К. Бари, несколько других учеников и учениц Н. Н. Лузина. Так возник очень дружный коллектив, к которому вскоре присоединились два таких выдающихся математика, как А. Н. Колмогоров и Л. Г. Шнирельман. В этот коллектив сразу же включился из математиков старшего поколения В. В. Степанов. Несколько позже в этот коллектив вошли П. С. Новиков и Л. В. Келдыш. Так возникла знаменитая Лузитания — сообщество молодых математиков, спаянных не только тесными дружескими отношениями между его сочленами, но и горячей любовью, и живым бескорыстным интересом к математичкой науке.

Лузитания сразу осознала себя как нечто целое и провозгласила себя «орденом» с «командором» Н. Н. Лузиным и «гроссмейстером» Д. Ф. Егоровым. Лузитания была коллективом большого трудового, творческого и эмоционального подъема, отражавшего в «микрокосме» тогдашнего математического факультета Московского университета грандиозный и всеобъемлющий подъем, переживавшийся всей страной в те годы, в первые годы революции, годы становления новой жизни.

Существенным элементом общения Н. Н. Лузина с его учениками были встречи и беседы, которые Н. Н. Лузин имел с совсем небольшими их группами (примерно в 1—3 человека, занимавшимися какой-нибудь темой). Кроме того, был еженедельный общий приемный день для всех учеников Николая Николаевича. Одно время это были четверги, потом среды.

Эти собрания у Н. Н. Лузина состояли из двух частей. Сначала была математическая часть в кабинете Николая Николаевича, очень уютной комнате, в которой, как, впрочем, и во всей тогдашней квартире Н. Н. Лузина (Арбат, 25, третий этаж), было (по желанию хозяина) керосиновое освещение. Никогда не забуду тех насыщенных самой живой математикой разговоров, которые тогда происходили. Эти разговоры иногда затягивались за полночь, но, когда бы они ни кончались, за ними следовал чай с неизменным очень вкусным ореховым тортом. За этим чаем — уже не в кабинете, а в столовой квартиры Лузиных — разговоры принимали другой, нематематический характер и касались самых различных вопросов культурной и общественной жизни. Иногда что-нибудь читалось вслух. Так, например, Н. Н. Лузин с большим мастерством и артистичностью читал предназначенные собственно для детей произведения Корнея Чуковского. Я, помню, однажды прочитал рассказ Анатоля Франса «Чудо святого Николая».

Собрания у Н. Н. Лузина кончались глубокой ночью. После их окончания участники большой гурьбой выходили на Арбат и его переулки и постепенно, в различных последовательных комбинациях провожая друг друга, наконец расходились — обычно уже к утру — по своим домам.

Лузитания жила не только дружно, она жила весело, и еще как весело! Это веселье даже захлестывало «старших», и не только Н. Н. Лузина, но и Д. Ф. Егорова, принимавших, так сказать, полноправное участие в наших оживленных веселых собраниях. Собрания эти были многочисленны и происходили по различным поводам. Встреча Нового года и Татьянин день, именины Д. Ф. Егорова и Н. Н. Лузина, дни рождения отдельных лузитанцев — все давало повод для наших встреч.

Лузинская школа, Лузитания, была единственным в своем роде, неповторимым коллективом молодых, в большинстве своем одаренных и жизнерадостных математиков.

* * *

Однако, по моему убеждению, годами высшего расцвета Н. Н. Лузина как математика да и как человеческой личности были не годы Лузитании, а непосредственно предшествовавшие годы: 1914—1915.

Узнав Лузина в эти самые ранние творческие его годы, я узнал действительно вдохновенного ученого, жившего только наукой и только для нее. Я узнал человека, жившего в сфере высших человеческих духовных ценностей, куда не проникает никакой тлетворный дух.

Из воспоминаний Л. А. Люстерника*)

Весной двадцать первого года Московский университет и Московское математическое общество получили приглашение из Петрограда от Академии наук принять участие в научной сессии, которой предполагалось отметить столетие со дня рождения П. Л. Чебышёва. Тогда еще был жив один из «больших» учеников П. Л. Чебышёва А. А. Марков, и по его инициативе Академия решила отметить столетний юбилей знаменитого математика. В тогдашних условиях это приглашение носило характер вполне платонический **). Но в Лузитании было принято спонтанное решение обязательно ехать и притом всем. Горячее обсуждение происходило на улице, когда Николай Николаевич прогуливался, окруженный кольцом учеников. Пришли к заключению, что нужно исхлопотать отдельный вагон для поездки. Хлопоты, связанные с этим, были возложены на энергичного Владимира Николаевича (Володю) Вениаминова, который работал в Институте транспорта и поэтому имел связи с Наркомом пути.

Вагон был предоставлен. Поехали представители среднего и младшего поколения Лузитании.

В. Н. Вениаминов, на правах «хозяина» вагона, рассадил едущих по купе (его прозвали «Володька-комендант»). Когда поезд тронулся, стали придумывать название купе. Холостяцкое купе, в котором ехал Д. Е. Меньшов и три студента — Д. И. Перепелкин, Н. Д. Нюберг и я, было названо по имени популярного в Москве кафе поэтов — «Стойло пегаса» или просто «Стойло». Купе, в котором поместились жены, сопровождавшие некоторых профессоров, прозвали «Загон для профессорских жен», и Славочка Степанов сочинил песенку:

«Бим, бом, бом!
Идет вагон,
А в нем загон
Для профессорских жен!»

* * *

В ходу в то время были шуточные стихотворения, пародии, которые сочиняли многие из тогдашних математиков. Во всем этом шутливом творчестве был, если хотите, элемент «интеллектуального озорства».

Советская наука рождалась весело и шумно.

В самой Лузитании был сильный элемент игры, с участием такого талантливого артиста, каким был ее мэтр; эксцентричность Лузитании и восторженное поклонение мэтру давали повод к ироническим насмешкам. Но игра лишь помогала тогда серьезной работе, поклонение было искренним и бескорыстным, всех связывали общие научные интересы.

* * *

В двадцатых годах было принято противопоставлять две математические школы: «классическую» ленинградскую, наследницу петербургской, и московскую. Но геометрия и алгебра развивались в Москве на «классической почве». В Ленинграде вскоре началась работа в области теории функций действительного переменного, а позже — топологии. Обе школы имели большие традиции в области прикладной работы. Иногда высказывалось мнение, что различие между петербургской-ленинградской школой и московской в узком смысле (школой теории функций и теми, которые от нее отпочковались) заключалось в том, что в первой из них ценилось решение трудных конкретных задач, тогда как в московской — интерес лежал к широким общим концепциям. На самом же деле и в

*) Эта подборка воспоминаний — отрывки из двух статей члена-корреспондента АН СССР Л. А. Люстерника (1899—1980), опубликованных в «Успехах математических наук» за 1965 и 1967 гг.

**) Из-за трудностей с транспортом (*Прим. ред.*).

московской школе ценилось решение конкретных трудных задач, и общие концепции в ней, как обычно в математике, возникали в связи с решением конкретных задач. Замечу, что одной из причин успеха Н. Н. Лузина как создателя научной школы было как раз то, что он в печатных работах, на семинарах и в беседах выдвигал интересные задачи.

* * *

Вечером в день приезда в Петроград мы были в Академии. А. А. Марков сделал доклад, в котором поделился своими воспоминаниями о П. Л. Чебышёве. В. А. Стеклов прочел доклад «Теория и практика в трудах П. Л. Чебышёва», вышедший через два года в свет. После этого на протяжении пары дней в здании университета состоялись научные доклады как петербуржцев — Успенского, Б. А. Венкова, Г. М. Фихтенгольца и др., так и гостей — Н. Н. Лузина, А. И. Некрасова, П. С. Урысона.

В докладе Н. Н. Лузина был приведен пример аналитической функции, обращающейся в бесконечность на границе круга сходимости. Лузитанцы «болели» за своего мэтра. Н. Н. Лузин строил вспомогательные конструкции на серии окружностей, стремящихся к границе. Когда он окончил, П. С. Урысон восторженно воскликнул: «Николай Николаевич, Вы их забили своими кругами!».

Так состоялась первая в советское время научная конференция, первая встреча двух больших математических школ: ленинградской (петербургской-петроградской) и московской, столь непохожих (хотя имевших, как мы видели, и точки соприкосновения).

Роль математической физики в современной науке

(Начало см. на с. 2)

Последующее развитие теоретической и математической физики, особенно квантовой физики, полностью подтвердило эти мысли. Это дало возможность крупнейшему ученому современности Н. Н. Боголюбову сказать следующее (1963 г.): «Основные понятия и методы квантовой теории поля становятся все более математическими».

* * *

Развитие науки последних десятилетий показало, что методы математической физики, первоначально открытые для задач физики, механики и астрономии, то есть для тех наук, в которых изучаются наиболее простые формы движения материи, проникают почти во все разделы современного естествознания и техники и в ряд разделов гуманитарных наук. Математическое моделирование широко используется в геофизике, химии, геологии, биологии, экономике, социологии, экологии, медицине, психологии, лингвистике. Хотя математические модели явлений, изучаемых в этих науках, и отличаются от моделей математической физики, однако многие методы исследований этих моделей (точные или приближенные, с использованием электронно-вычислительных машин) сохраняются и после надлежащей адаптации получают дальнейшее развитие.

Таким образом, подтверждается известная точка зрения, что «наука только тогда достигает совершенства, когда ей удается пользоваться математикой». Современная математика с развитыми методами и аппаратом является мощным средством научно-технического прогресса.

Самый быстрый пульсар

Астрономы с 1967 года знают, что во Вселенной имеются замечательные космические часы — пульсары. Это небесные объекты, излучение которых регистрируется на Земле в виде периодически повторяющихся импульсов, причем периодичность пульсаций выдерживается с поразительной точностью. Сейчас известно около ста пульсаров. Излучение одних регистрируется только в радиодиапазоне, других — как в радиодиапазоне, так и в оптическом, рентгеновском и гамма-диапазонах. Большинство пульсаров имеют период от нескольких сотых долей до сотен секунд.

Сегодня считается, что пульсары — это остатки гигантских взрывов звезд, которые наблюдаются на Земле как кратковременные сверхновые. На месте взрыва остается нейтронная звезда, окруженная огромным магнитным полем и вращающаяся вокруг своей оси. Такой вращающийся магнит работает как направленная антенна. Когда Земля попадает в область интенсивного излучения, приборы это отмечают. Можно сказать, что пульсар похож на маяк, освещающий пространство бегающим прожекторным лучом.

Самый известный среди пульсаров, обнаруженных в нашей Галактике, находится на месте взрыва сверхновой, который произошел в 1054 году. Это пульсар в Крабовидной туманности. Его период составляет 33 миллисекунды.

Теряя энергию на излучение, пульсар замедляет свое движение. Поэтому естественно было считать, что пульсары не могут вращаться слишком быстро сколь-нибудь продолжительное время после своего рождения. Однако это убеждение оказалось опровергнутым, когда в ноябре прошлого года был открыт пульсар с самой большой частотой вращения — 642 оборота в секунду, что соответствует периоду около 1,6 миллисекунд. Пульсар этот находится от нас на расстоянии приблизительно 15 000 световых лет в направлении созвездия Лисички. Его диаметр 10 км, точки на экваторе движутся со скоростью около 1/5 скорости света. Сила всемирного тяготения между его молекулами настолько велика (в 10^{12} раз больше, чем на Земле), что пульсар не разрывается.

Астрономы ищут объяснение тому, почему этот пульсар, а по разным признакам можно сказать, что он существует не меньше миллиарда лет, до сих пор не замедлился. Какова бы ни была истинная причина, сейчас важно то, что пульсар необычайно стабилен. За несколько месяцев наблюдений не было замечено изменения в его периоде, хотя период измерен очень точно (известно 13 значащих цифр):

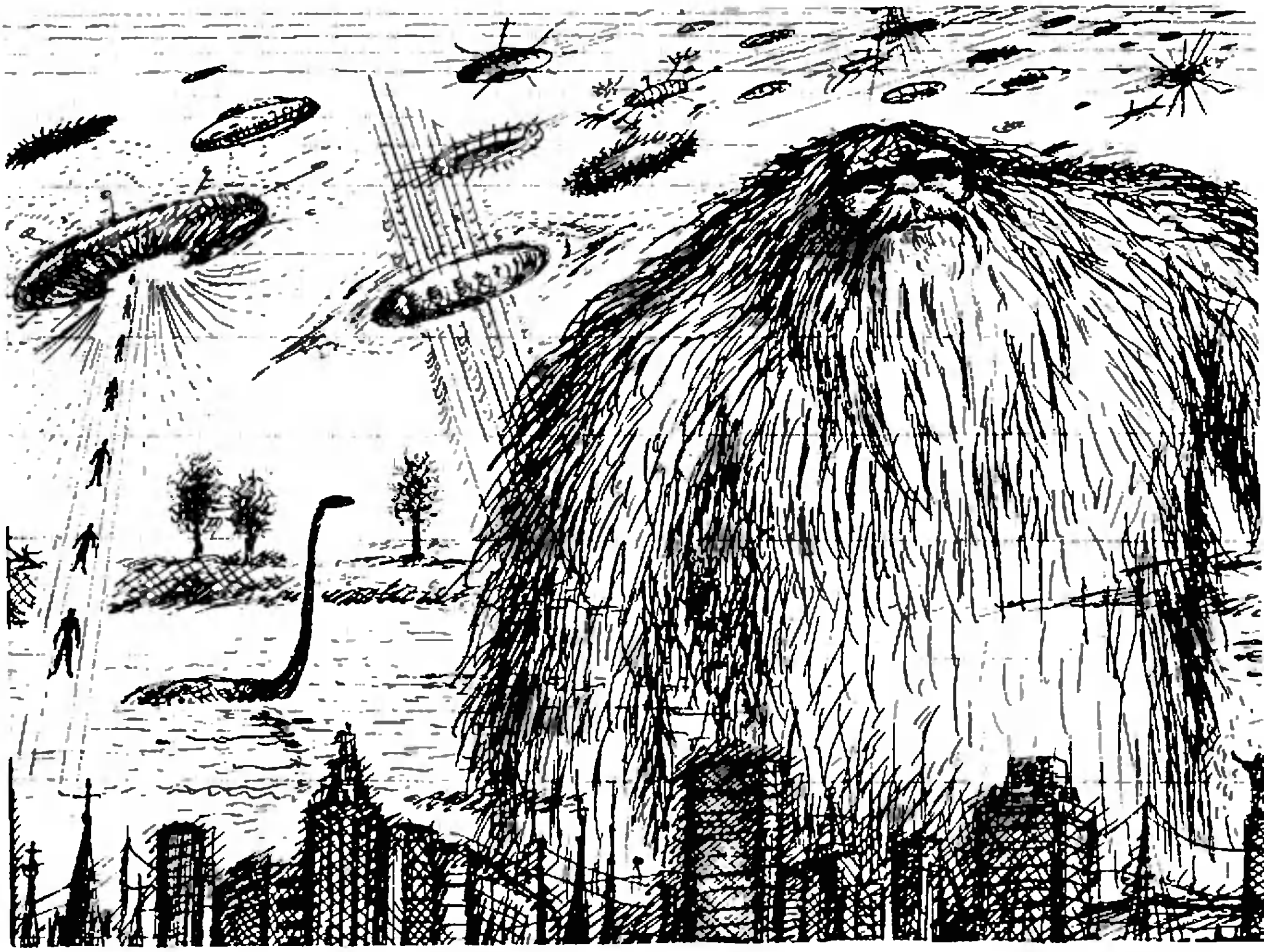
$$T = 0{,}001557806449023 \text{ с}.$$

Три месяца — это около 8 миллионов секунд. Поэтому ошибка в космических часах оценивается в 10^{-23} секунд — на столько эти часы могут отставать за одну секунду (а на 1 с пульсар отстал бы за 10^{23} с, то есть за $3 \cdot 10^{15}$ лет — больше, чем возраст Земли). Заметим, что самые точные атомные часы, которыми сейчас пользуются как эталоном времени, дают ошибку порядка 10^{-14} с. Так удивительным образом природа снабжает нас несравненными по точности эталонами.

Пока эта заметка готовилась к публикации, появилось сообщение об открытии еще одного быстрого пульсара. Он виден с Земли в направлении созвездия Лебедя, его период составляет приблизительно 6,13 миллисекунд. Этот пульсар входит в состав тесной двойной звезды. Изменение его периода, так же как и периода первого миллисекундного пульсара, пока не обнаружено.

В заключение заметим, что коллекция удивительных небесных объектов неуклонно пополняется.

Я. С.



Мифы XX века

Доктор физико-математических наук
В. П. СМИЛГА

Человечество мало чему учится на уроках истории, потому что каждая новая глупость представляется ему в новом свете.
А. Эйнштейн

Тема этой статьи древняя. Написаны сотни книг, причем блестящих книг. Тысячи журнальных, газетных статей... Объясняли, высмеивали, разоблачали... и мыслители Древности, и арабские философы, и просветители Возрождения..., а суеверие по-прежнему живо и, более того, благополучно процветает и в наш фантастический, космический и атомный двадцатый век.

Но вернемся несколько назад.

...Девятнадцатый век вошел в историю как век просвещения. Атеизм отчасти даже стал модой у образованной части общества. Старая нерассуждающая вера представлялась архаичной, библейские легенды — наивными. В сознании определенной части общества образовалась пустота. А ее, как известно, «боится природа».

В ответ стали расцветать мистические и полумистические общества, течения и секты, хотя это, конечно, бывало и раньше.

Вначале был спиритизм. Он появился примерно в середине XIX века, хотя по-настоящему начало его относится к глубокой древности. Многократно «строго научно» было доказано: собравшись небольшой компанией и положив руки на блюдечко с буквами алфавита, можно без особого труда вызывать духи умерших и беседовать с ними. Духи передавали информацию, нужным образом поворачивая блюдечко.

Спиритизм был в моде почти до конца XIX века. Проверкой спиритических «эффектов» занимались люди весьма и весьма серьезные. Крупные ученые. Винить их за это не стоит. Если утверждалось, что имеются бесспорные факты, то задача ученого — проверить.

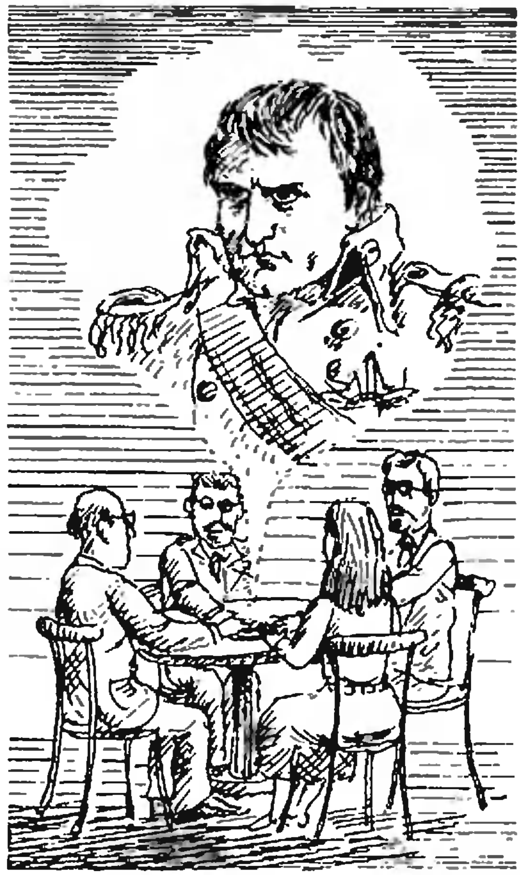
Хуже, пожалуй, другое. В бесконечных историях со спиритами проявился некоторый снобизм мужей науки, убежденность: стоит мне появиться, взглянуть — и все объяснится. А полезно помнить, что любой фокусник средней руки может без труда продемонстрировать серию «сверхъестественных» эффектов собранию нобелевских лауреатов, и вряд ли кто-нибудь из них сможет поймать его за руку.

Насколько мне известно, первый, кто сразу оказался на высоте,— это Майкл Фарадей. Он приготовил стопку кружков, соединенных мягкой и вязкой замазкой. Трение имелось — слабое, слегка тормозящее вращение кружков, но не ликвидирующее его полностью. После «явления духа» выяснилось, что верхний кружок повернулся максимально, следующий — поменьше, нижний — совсем не стронулся. (Из этого следовало, что источник вращающей силы находился наверху—там, где лежали руки спиритов. Сознательно или бессознательно, они сами вращали «волшебное блюдечко».)

Само собой разумеется, тут же появилась масса мыслимых и немыслимых объяснений этого эффекта. Но Фарадей спиритизмом больше не интересовался. А другие проверяли, теряли время. В 1871 году наш великий соотечественник Д. И. Менделеев возглавил комиссию Петербургского университета по изучению спиритизма. Заключение комиссии было однозначным: спиритизм — это суеверие. Так что упрекать ученых в бездоказательном отрицании чудес не приходится.

Итог: десятки и сотни ясных случаев обмана или бессознательного стремления получить нужный результат. И ни одного достоверного факта.

Тем не менее и поныне блюдечко вращают, вызывают Юлия Цезаря и Наполеона. В Корнуэлл, в Техас, в Уфу. Мало того, в Англии и в Голландии в определенных журналах существуют отделы спиритизма.



Потом появились медиумы. Эти оказались устойчивей. До сих пор они пользуются определенной популярностью, только теперь их порой именуют «экстрасенсами». С ними было посложней, некоторые оказались незаурядными, пожалуй, даже блестящими фокусниками.

История «медиумизма» интересна, забавна; поучительна, но итог — все тот же: ни одного достоверного факта.

Хотя «оккультные явления» все еще могут очень неплохо прокормить «толкового» человека, мода на них несколько угасла. Снова образовался некий вакуум.

В него хлынули уже «наши» мифы — мифы XX века: Бермудский треугольник, Лохнесское чудовище, снежный человек, телепаты, десантные отряды космических пришельцев...

Чем так притягательна идея проживания в некоторых озерах (в первую очередь, в шотландском озере Лох-Несс) сохранившихся до нашего времени плезиозавров, или как их там еще?

Почему рядового обитателя нашей планеты так волнует мысль, что где-то в горах — то ли в Гималаях, то ли в Кордильерах, то ли (чем мы хуже?) на Памире и Кавказе — бродит дикая большая обезьяна? Почему открытие τ-частицы или W-бозона либо, на худой конец, обнаружение пульсаров не вызывают десятой, сотой доли столь живого интереса?

Почему недоброй памяти машина Дина мгновенно оказывается мировой сенсацией, а проблема высокотемпературной сверхпроводимости едва вызывает вялое, снисходительное внимание?

История началась в Америке. Если не вдаваться в детали, суть была такова. Некий Дин сконструировал довольно грубое и простое механическое устройство, кажется, даже патент получил. Подчеркиваю, никаких тонкостей в его системе не было. Но для человека, плохо понимающего законы механики, поведение «машины» при работе могло показаться странным. Она, машина, то ли подпрыгивала, то ли делала нечто подобное.

Я нарочно не хочу вдаваться в детали, и чуть позже станет ясно, почему.

Так вот, вместо того чтобы обратиться за объяснением принципов ее работы к грамотному человеку, возможно, сам Дин, а может быть, и какой-то журналист берут и объявляют: «Машина показывает, что механика Ньютона грубо ошибочна. Уравнения механики необходимо существенно поправить».

Сенсация! Первого разряда. Вот тут-то и началось. Сейчас трудно, да и неинтересно устанавливать, сколько статей было посвящено «великой находке». И, конечно, намеки присутствовали: вот-де надменные физики-профессионалы даже не желают (а может быть, и не могут) разобраться в новой гениальной теории.

А зачем разбираться?

Любой физик заранее, совершенно не интересуясь деталями, знал: все это пустой вздор. И разбираться даже не следует, разве что рассмотреть в качестве забавной задачи для школьников.

«Вот тут-то и выявилась надменная сущность ограниченных профессионалов»,— могут закричать ниспровергатели механики Ньютона. «Кастовая ограниченность. Неверие в человеческий гений.»

Вовсе нет. Ничего такого не выявилось. А совсем напротив — проявился научный склад мышления или, если угодно, здравый смысл. Десятки, нет, сотни тысяч экспериментов показали нам — механика Ньютона безукоризненно работает в своей области. Тысячи знаменитых и безвестных рядовых физиков проверяли ее законы, проверяли для самых разных явлений с точностью до многих знаков. И теперь мы абсолютно уверенно можем утверждать: для макроскопических тел при скоростях, много меньших скорости света, механика Ньютона работает великолепно. В этой области любая более общая теория может лишь чуть-чуть «поправить» Ньютона, показать, что в восьмом или десятом знаке должны появиться отличия. Но зачеркнуть Ньютонову механику как безупречное практическое руководство к расчету миллионов и миллионов задач не сможет никакой эксперимент и никакая теория. Физики приняли теорию относительности и квантовую механику, но, само собой разумеется, первое и основное требование к новым теориям состояло в том, чтобы в известной, ранее проверенной области их предсказания совпадали с классической физикой и, конечно, с механикой Ньютона.

Это — общее требование к любой новой теории.

Можно допустить, что теория относительности будет сменена новой, но результаты теории относительности непременно будут включены в новую схему и в пределах ее области применения останутся неизменными (с точностью до возможных малых поправок).

Поэтому никогда ни один профессионал не станет серьезно относиться к разговорам, что в каких-то опытах, скажем, с динамомашиной обнаружили кардинальное нарушение уравнений Максвелла или, скажем, в стандартном полупроводниковом приборе умельцы наблюдали принципиальное нарушение второго начала термодинамики.

Примеры эти, увы, не придуманы. Они в свое время обсуждались на страницах газет и журналов.

Легче всего упрекать журналистов. Пусть и за дело. Но жажда сенсаций, чуда живуча и среди работников науки. Примеров тому тьма. Всех не перечислишь. Вот один. С десяток лет тому назад весьма живо обсуждалась «проблема» магнитной воды. На некоторых заводах, как-будто, было четко установлено: стоило пропустить обычную воду через магнитное поле, причем и не очень сильное, как технологические процессы резко улучшались. Существенно уменьшалась накипь на стенках водонагревательных котлов, возрастал срок службы труб и вообще — наблюдалась масса выгод.

Не проверял достоверность фактов, но охотно готов допустить — все правда. Вода, обычная вода,— это не просто H_2O, но еще и множество растворенных в ней химических соединений, это и микрочастицы и минеральные, и биологические. Думаю, каждый встречался в обыденной жизни с мягкой и жесткой водой. Например, в городе *А* мыло смывает грязь великолепно, а в городе *В* помыть руки и даже само мыло смыть — проблема непростая. И, казалось бы, с магнитной водой все понятно. Мелкие (невидимые) ферромагнитные примеси (например, частицы железной руды) могут задерживаться в магнитном поле, оседать на стенках, и освобожденная от них вода дальше может давать меньше накипи. Вот и все.

Нет! Это уж слишком просто. И возникают немыслимые объяснения: магнитное поле меняет структуру воды, приводит к принципиально новой неизвестной науке химии и т. д., и т. п. Для физика все это звучит на той же ноте, что и гимн машине Дина.

Пожалуй, не стоит углубляться в детали, поверьте на слово: тот факт, что магнитное поле даже в десятки тесла практически ничего не изменит в химической структуре, установлен так же строго, как и законы Ньютона.

Подобных историй повторяется множество. В чем же дело, почему вместо естественных, нормальных объяснений столь часто привлекают самые невероятные?

Может быть, в человеческой природе заложено стремление к Чуду? (Вспомним старый фильм «Праздник святого Иоргена».)

Теперь после краткого «научного экскурса» снова вернемся к мифам.

Обратимся к телепатии, или, говоря «научно», экстрасенсорному восприятию. Ситуация прежняя. Много лет исследований в самых разных странах, десятки, сотни сенсаций и... ни одного достоверного факта.

Напомним, что важнейшее требование к любой научной работе — воспроизводимость эксперимента. Научный результат — лишь тогда результат, когда он многократно повторен (или может быть повторен) независимыми группами. Здесь же — ни одного проверенного факта.

Ни одного! (Кстати, окажись, что подобное явление существует,— не произошло бы никакой сенсации. Ну, существует — и хорошо.)

Например, установлено, что некоторые виды птиц способны чувствовать постоянное магнитное поле и (что еще важней) анализировать полученную информацию. Кстати, поклонники телепатии часто даже не могут четко сказать, что именно они имеют в виду. Обычно экстрасенсорными называют восприятия, реакции, не связанные с известными нам «чувствами» человека (осязанием, обонянием, вкусом, зрением и слухом). Но подобные реакции — факт общеизвестный. И говорить тут не о чем. Хорошо известно, что мы реагируем на резкие изменения атмосферного давления, колебания инфранизкой частоты. Влияет на нас и электромагнитное поле вблизи мощных радиостанций. Хорошо также известно, что живые организмы излучают, хотя и очень слабые, электромагнитные волны.

Можно, наконец, допустить, что отдельные люди в силу каких-либо случайных обстоятельств обладают способностью генерировать более мощное излучение. Или, например, передавать и воспринимать информацию в ультразвуковом диапазоне. Ведь слышат же собаки звуки высокой частоты, недоступные нам. Да и более того, частотный диапазон, воспринимаемый большинством читателей журнала «Квант», существенно шире, чем практически у любого человека старше пятидесяти лет. С возрастом высокие частоты все хуже и хуже воспринимаются нашим слухом. В конце концов можно допустить способность человека накапливать небольшие электрические заряды, например, на кончиках пальцев. Подобные гипотезы не противоречат законам природы, а скептикам можно ответить, что мы пока еще очень мало знаем о некоторых механизмах деятельности живых существ, в том числе и о механизмах работы нашей нервной системы и нашего мозга. Соответственно, мы не умеем точно оценивать потенциальные возможности человеческого организма (впрочем, это в равной мере относится ко всем живым существам). Загадочны не только механизмы мышления, инстинкта, передачи наследственности. По сути неясны и тысячи более простых вопросов.

Итак, можно допустить, что в определенных условиях у определенных людей проявляются некие необычные способности. Правда, повторюсь, нет пока ни одного строго установленного факта, если говорить, например, о телепатии. Но допустить некие неизвестные нам возможности человеческого организма, снова повторю, можно.

Но... Есть важнейшее но. Любая гипотеза не должна противоречить известным нам законам природы.

Мы знаем: как неживая, так и живая материя подчиняются законам физики. Более того, для известных живых систем ядерные взаимодействия не играют никакой роли. Поэтому все реакции и действия живых организмов связаны только с электромагнитными взаимодействиями и гравитационым полем. Никаких особых «полей», специфически присущих живому, нет. В этом нас убеждает весь научный опыт. Опыт биофизики, биохимии, химии, физики — вообще всех естественных наук.

Поэтому, когда начинаются разговоры о неведомых «биополях» или из журнала в журнал (было такое) перепечатывается статья о том, что невинные крошки усилием воли замедляли радиоактивный распад, или, на худой конец, публикуются сообщения о ясновидцетелепате с чудесной способностью не сходя с места раскрывать давно совершенные преступления (и такое писалось, бумага все терпит), можно смело утверждать: все это относится к жанру рассказов о полетах ведьм на помеле.

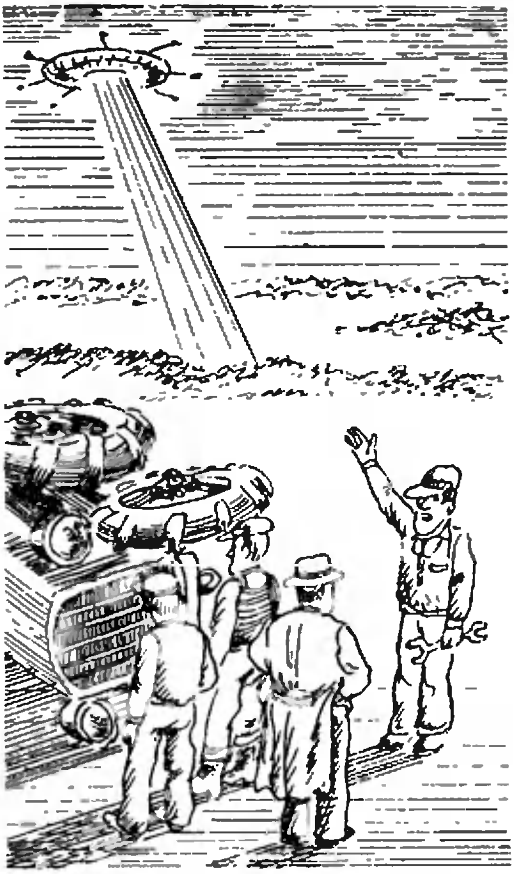
А самое интересное в этом то, что верят ведь всему подобному. В старую чертовщину не верят, а в новую — пожалуйста.

Наконец, «летающие тарелочки» и космические пришельцы. Предметом научного обсуждения в этом случае может быть лишь тот факт, что в атмосфере, по-видимому, иногда наблюдаются явления, которые мы не можем удовлетворительно объяснить.

К примеру, мы до сих пор не знаем, как устроена «обычная» шаровая молния. Гипотез несколько. В лабораториях воспроизвести молнию не могут. И вопрос открыт.

Точно так же можно предложить несколько гипотез, объясняющих появление «тарелочек», или — чтобы не раздражать адептов космических пришельцев — неопознанных летающих объектов (НЛО). Одну такую гипотезу недавно разработали в Институте океанологии АН СССР. Видимо, можно придумать и другие. Но суть в том, что поклонников НЛО в подавляющем большинстве меньше всего интересуют естественные объяснения. Ситуация тут удивительно напоминает «магнитную воду». Принцип тот же: естественные, нормальные объяснения к конкурсу не допускаются.

В начале нашего века великий французский математик Анри Пуанкаре сформулировал правило: в пер-



вую очередь в научной работе рассматриваются простые гипотезы.

В мифотворчестве все наоборот. Ждут и требуют чуда. Космических пришельцев... Пусть даже маленьких и зелененьких.

Автору как-то пришлось читать лекции, где он пытался призвать к разумному подходу в вопросе о пришельцах. И убедился, сколь трудна борьба с суевериями. Мифы XX века по своей природе, внутренней структуре и происхождению ничем не отличаются от нерассуждающей веры наших предков. Любые доводы разума действовали на поклонников космических пришельцев столь же эффективно и благотворно, как, скажем, сомнение в реальности путешествия Магомета на небо, высказанное среди паломников в Мекке.

Люди хотели чуда.

С каким немыслимым успехом прошел по миру шарлатанский фильм «Воспоминание о будущем». Трудно вообразить что-либо нелепее доводов в пользу посещения в прошлом нашей Земли гостями из космоса, чем ссылки на гигантские монолитные плиты Баальбекской веранды или храмов Инков, либо на километровые рисунки (опознавательные знаки?) в перуанской пустыне Наска.

Посудите сами. Сейчас, после полетов космических аппаратов, мы твердо убеждены: на других планетах нашей Солнечной системы нет и никогда не было разумной жизни. Поэтому если какая-то цивилизация посетила Землю, то ее место в иной звездной системе. Технический уровень подобной цивилизации относится к нашему примерно так же, как наши атомные станции к кремневым наконечникам питекантропов. Действительно, квазиученые рассуждения о фотонных ракетах, довольно модные лет двадцать назад, любопытны лишь в том смысле, что прекрасно показали, сколь невероятны для нас межзвездные полеты. Невероятны не на уровне сегодняшней нашей техники. Это было бы полбеды. Они невероятны и непредставляемы даже и в том случае, если мы как угодно вольно будем экстраполировать наши возможности, то есть почти безудержно фантазировать. Слова «почти безудержно» означают фантазию, как-то ограниченную нашим знанием законов природы. Можно, например, мысленно использовать идеальное ядерное горючее, сверхпрочные материалы, привлекать любые «чудеса» известной нам науки...

Самый элементарный анализ сразу показывает, что при всем этом полеты людей в другие звездные системы остаются абсолютно нереальной мечтой. Если они и возможны, то только с помощью еще неведомого. Только если нам откроется нечто принципиально новое. Кстати, лучшие из писателей-фантастов это очень хорошо чувствуют и для сохранения «достоверности» вымысла давно и с успехом используют для космических полетов субпространства, нуль-транспортировку, гиперпространства и т. д. Фантасты имеют на то законное право. Такая фантазия не противоречит нашему знанию законов природы. Она апеллирует к неведомому. Но, увы, в реалиях о всем подобном мы осведомлены не более, чем все те же питекантропы — о лазерах или генной инженерии.

К счастью, на самих лекциях об НЛО я не бывал, поэтому, что там говорилось точно, рассказать не могу, да и не о лекциях речь. Но конспекты читал. Они существуют сами по себе. И при мне люди, которые, так же как я, на лекциях не были, оказывались под «обаянием» этих убогих текстов. Поверьте, в характеристике этой нет ни малейшего преувеличения. Как «доказательства» привлекались несвязные ссылки на древние тексты либо прямые утверждения, что однажды висела «тарелка» над подмосковным переездом и у всех машин заглохли моторы, а другую тарелку видели где-то в Бразилии и в ней были маленькие зелененькие человечки, а из третьей вылез совсем большой инопланетянин и одним движением перевернул трактор. Вот непридуманный, реальный уровень этих самых записей.

Поразительное убожество фантазии — характернейшая черта всех разговоров о космических пришельцах; безразлично — о прошлых их появлениях идет речь или о нынешних. Мне доводилось видеть конспекты лекций о явлениях пришельцев в солидных, вроде бы, учреждениях. В сравнении с подобными конспектами легенды любого полинезийского племени по логичности, правдивости, убедительности — немыслимый шедевр интеллекта, пиршество фантазии.

Но люди с высшим образованием и с научными степенями порой штудировали всю эту фантасмагорию вполне серьезно и с увлечением. Они хотели чуда.

Думать они не могли.

Самое забавное, что поклонники «тарелочек» или Бермудского треугольника очень любят призывать: «попробуйте-ка опровергнуть все это с помощью науки».

Надо ясно понимать, что там, где нет никаких фактов, науке, строго говоря, делать абсолютно нечего.

Апеллировать надо не к науке, а к обычному здравому смыслу. Вспоминаю, как много лет назад

я оказался свидетелем того, как академик Лев Давидович Ландау «истреблял» снежного человека — йети. Слушатели были молоды, почему-то склонны верить в йети, полагали, что отлично умеют думать самостоятельно, и авторитет Ландау их не убеждал.

— Ведь есть десятки и сотни свидетельств в Гималаях, на Памире, на Кавказе... и записи в старинных рукописях... Не может же все это быть придумано?

— Относительно леших, русалок и прочей чертовщины существует в сотни раз больше совершенно достоверных свидетельств, и написаны тома книг,— был ответ.

— Ну, хорошо, а почему бы ему не быть? Почему вы считаете, что все это вздор?

— А подумайте, зачем большой, сильной и умной обезьяне жить в жутких условиях среди льдов, когда стоит спуститься на одну-две тысячи метров вниз, и ей обеспечены и добыча, и идеальный климат среднегорья?.

Признаюсь, тогда я не очень понял простую мудрость этого довода.

Скепсис Ландау подтвердился некоторое время спустя. В 1960 году в Непал, где йети признан, можно сказать, на государственном уровне, прибыла специальная экспедиция под руководством Хиллари — первого покорителя Эвереста. Несколько месяцев велись тщательные всесторонние исследования. Итоги оказались крайне неутешительны для йети. Как показал биологический анализ, священные скальпы йети, хранившиеся в монастырях, были тривиальной подделкой. Таинственные следы на снегу получили самое простое объяснение: под горным солнцем снег быстро подтаивает, и через считанные минуты след горного козла может обернуться следом неведомого чудовища. Все рассказы «очевидцев» либо объяснялись встречей с редкой разновидностью гималайского медведя, либо были явно выдуманы. Но само собой, местные жители обещали добыть бесспорные доказательства на следующий год. Прошло 23. Почти каждый год Хиллари приезжает в Непал на долгий срок, но... йети так и не объявился.

Вы думаете, эта история произвела какое-либо впечатление на болельщиков снежного человека? Конечно, нет. Любые доводы бессильны, когда место разума занимает нерассуждающая вера.

В США уже с десяток лет работает частный институт, организованный искренними энтузиастами НЛО. Устроен он в самом что ни на есть тарелочнообильном месте. Итог: ни одного факта, ни одной сенсационной публикации. Но на поклонников НЛО это не производит ни малейшего впечатления. Они веруют в пришельцев. Веруют да и всё. Впрочем, мода все же несколько спала.

Сейчас лидерство снова захватили экстрасенсы.

Интересно, что на очереди?

Горные тропы Торо

Кандидат физико-математических наук
А. В. БЯЛКО

Астероид Торо был открыт в 1948 году американским астрономом К. Виртаненом. Торо — небольшой астероид: диаметр его около 3 км, масса — порядка 10^{17} кг. В своем движении вокруг Солнца по эллиптической орбите Торо в перигелии оказывается вблизи орбиты Венеры, а в афелии удаляется за орбиту Марса.

На рисунке 1 показаны орбиты Торо, Венеры, Земли и Марса. Вы видите: орбита Торо пересекает орбиты Земли и Марса. 1 февраля 1984 года Торо пролетит около нашей планеты на расстоянии $\sim 0{,}15$ а. е.*), то есть подойдет к Земле на $2{,}25 \cdot 10^7$ км. Такие сближения происходят в среднем раз в 4 года. А не может ли случиться, что Торо столкнется с Землей? Это было бы катастрофой, которую нельзя даже сравнивать с природными явлениями на нашей планете. Энергия, которая выделилась бы при таком столкновении, близка к энергии 10^{10} атомных бомб трагедии Хиросимы.

Оказывается, подобные опасения напрасны. Вероятность столкновения Торо с Землей ничтожно мала. Причину этой малости обнаружили американские ученые Л. Даниэльсон и У. Ип. Они показали, что отношение периодов обращения Земли и Торо равно 5:8. Иными словами, за 8 земных лет Торо совершает 5 оборотов вокруг Солнца, и, следовательно, через каждые 8 лет относительное расположение Солнца, Земли и Торо повторяется.

*) 1 а. е., или 1 астрономическая единица длины, — единица расстояния в астрономии, равная среднему расстоянию Земли от Солнца: 1 а. е. $= 149{,}6 \cdot 10^6$ км.

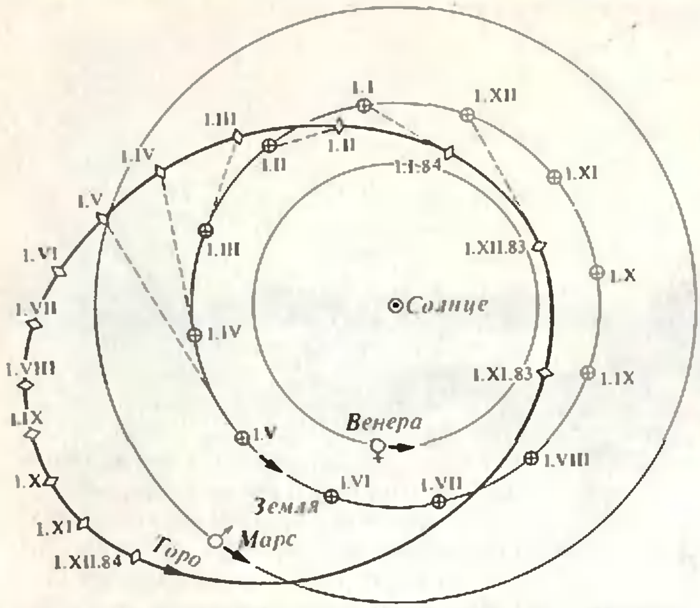


Рис. 1. Траектории Торо, Венеры, Земли и Марса. Обозначены положения Земли и Торо в 1983—84 годах.

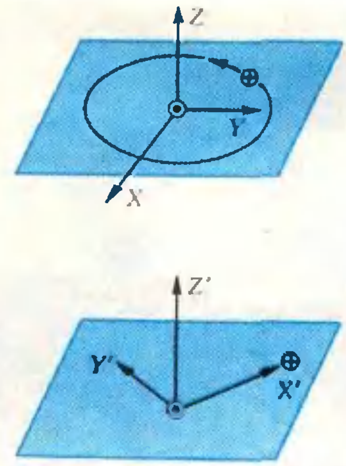


Рис. 2. Система координат XYZ — инерциальная система с центром в Солнце, в которой звездное небо неподвижно. В системе X′Y′Z′ ось X′ направлена вдоль радиуса-вектора, соединяющего Землю с Солнцем; звездное небо в этой системе вращается с периодом 1 год.

Земля движется вокруг Солнца по почти круговой орбите с почти постоянной скоростью. Поэтому движение Торо относительно Земли удобно изучать в системе координат, которая вращается вместе с Землей вокруг оси, проходящей через Солнце (рисунок 2). Траектория Торо в такой вращающейся системе отсчета становится более сложной, чем эллипс, но при этом она остается замкнутой. Эта замкнутость — следствие кратности периодов обращения Торо и Земли. Розетка на первой странице обложки и есть орбита Торо в системе координат, в которой Земля и Солнце неподвижны.

Торо сближается с Землей по високосным годам. В январе — феврале лет, номера которых делятся на 8, Торо безуспешно «пытается догнать» Землю; в августе лет, делящихся на 4, но не делящихся на 8, Земля находится позади Торо, летящего к своему перигелию. Строго говоря, расстояние между Торо и Землей при максимальном сближении не всегда одно и то же. Однако орбита Торо устойчива. Точка максимального приближения Торо к Земле периодически то немного удаляется от Земли, то приближается к ней, колеблясь около некоторого среднего положения. Период таких колебаний (астрономы называют их либрациями) примерно равен 150 годам.

Устойчивость орбиты Торо — гарантия того, что столкновения с Землей не произойдет.

Посмотрите теперь на последнюю страницу обложки. Розетка, которую вы видите,— тоже траектория Торо. Этот удивительный астероид умудрился согласовать свое движение не только с Землей, но и с Венерой! Период обращения Венеры равен 0,61521 земного года. Так что 13 оборотов Венера совершает за 7,9977 лет, что тоже очень близко к пятикратному периоду Торо. На рисунке изображена траектория Торо в системе координат, которая вращается вокруг Солнца так, что теперь почти неподвижным остается направление на Венеру. Замкнутая розетка возникает из-за кратности периодов обращения Торо и Венеры (13:5). Относительное расположение Торо и Венеры в периоды их максимального сближения также несколько меняется. Когда расстояние Торо — Венера оказывается минимальным, Венера возмущает движение Торо. Очередное такое тесное

(Окончание см. на с. 30)

Где тонко, там и рвется

В. В. МАЙСКИЙ

Данную статью можно рассматривать как образец постановки любого физического эксперимента. Прежде всего четко формулируется задача и выдвигается идея ее решения. Затем проводится собственно эксперимент: выбирается установка и делаются соответствующие измерения. После чего полученные результаты обрабатываются и объясняются теоретически.
Когда Всеволод Майский написал свою статью, он учился в десятом классе 179-й московской школы. Сейчас он студент Московского института химического машиностроения.

«Прочный», «непрочный» — этими терминами мы часто пользуемся и в быту, и в технике, характеризуя различные предметы и материалы. А что такое «прочность» и как ее можно измерить?

Рыболовам, например, хорошо известен простой способ определения прочности лески: привязанный за один конец отрезок лески нагружается различными гирями; максимальная нагрузка, выдерживаемая леской, и есть ее прочность на растяжение. Этим методом можно исследовать на прочность и другие материалы.

От чего зависит прочность, например прочность на растяжение? Во-первых, от площади поперечного сечения. Так, для разрыва лески диаметром 0,1 мм необходима сила порядка 50 Н, а леска диаметром 0,5 мм может выдержать вес взрослого человека. Для того чтобы исключить зависимость от толщины образца, вводится специальное понятие — предел прочности. Это максимальное напряжение, выдерживаемое образцом без разрушения.

Во-вторых, прочность материала зависит от его температуры. У металлов, скажем, при повышении температуры предел прочности уменьшается (соответствующие графики зависимости предела прочности от температуры для различных металлов приведены, например, в «Справочнике по элементарной физике» Н. И. Кошкина и М. Г. Ширкевича).

А может ли прочность зависеть от ... длины? На первый взгляд кажется, что нет, и для большинства случаев это действительно так. Но есть материал, прочность которого зависит от длины образца. Этот материал — шерсть.

На необычных свойствах шерсти была основана одна из задач заочного тура IV Турнира юных физиков. Вот ее условие:

Шерстяная нить сплетена из множества отдельных ворсинок. Исследуйте прочность такой нити на разрыв в зависимости от ее длины. Объясните результаты эксперимента.

Первое, что потребовалось, это подобрать подходящий объект для исследования. После нескольких первых опытов выбор пал на тонкую, но довольно прочную шерстяную нитку (для ее разрыва требовалось усилие от 2 до 4 Н). Во время этих опытов было установлено:

а) Для образцов одной и той же длины разброс значений силы, разрывающей нить, очень велик; поэтому для получения достоверного результата необходимо большое число опытов.

б) При длительном воздействии на нить она сильно вытягивается и может порваться при силе, существенно меньшей допустимой; следовательно, установка должна быть по возможности простой, чтобы проведение самого опыта не занимало много времени.

В ходе поисков были придуманы и опробованы различные устройства. Это и подвешивание груза к нити, закрепленной за один конец, и использование рычага с изменяемым отношением плеч, и применение соленоида с сердечником (так называемые электромагнитные весы).

После многих проб выбор пал на одну из наиболее простых установок, сделанную на основе обычного школьного динамометра (максимальное показание 4 Н, цена деления 0,1 Н). К основанию динамометра была прикреплена линейка для измерения длины нитей. На проволочный стержень, которым заканчивается пружина динамометра, был насажен движок, могущий двигаться по шкале с небольшим трением. С его помощью фиксировались показания динамометра. К крючку динамометра привязывался пучок нитей (10—15 штук). Из пучка выбиралась одна нить, по линейке измерялась ее длина, а затем нить резко тянулась за свободный конец. Стрелка, двигаясь по шкале динамометра, толкала движок. После разрыва нити стрелка возвращалась в исходное положение, а движок указывал значение силы, при которой произошел разрыв нити, то есть прочность образца.

Для опытов использовались нити длиной 2, 3, от 5 до 30 с интервалом 5 и, наконец, 40 см. Для каждой длины проводилось 10—15 опытов и находилось среднее значение прочности нити. По полученным данным был построен график зависимости прочности шерстяной нити от ее длины (рис. 1). Из графика видно, что по мере увеличения длины образца прочность нити уменьшается. Как это можно объяснить?

Оказывается, все дело во внутреннем устройстве шерстяных нитей. Каждая нить состоит из большого числа отдельных ворсинок толщиной 30—50 мкм, скрученных между собой. Длина разных ворсинок разная: от 4 до 40 см. Во время опыта была измерена длина около ста ворсинок, при этом средняя длина оказалась равной 8,1 см, в интервал от 4 до 13 см попало 89% общего числа ворсинок, а очень коротких и очень длинных ворсинок было совсем мало.

Рассмотрим предельно упрощенную модель — нить, состоящую из большого числа абсолютно одинаковых ворсинок (одинаковой длины, площади поперечного сечения и прочности). Ворсинки свиты между собой так, что в каждом сечении нити количество ворсинок одно и то же. Исключение составляют лишь некоторые участки (будем называть их дефектами), где в силу тех или иных причин толщина нити уменьшена.

Допустим, что нить имеет длину, бóльшую длины одной ворсинки. Как известно из практики, рвется всегда там, где тонко. Это справедливо и по отношению к нашей нити: для разрыва утоньшенного участка нити требуется сила, меньшая той, которая необходима для разрыва остальной части нити. Обозначим первую силу через F_1, а вторую — через F_1'. Поскольку ворсинок много, можно считать, что дефекты распределены по нити равномерно и что

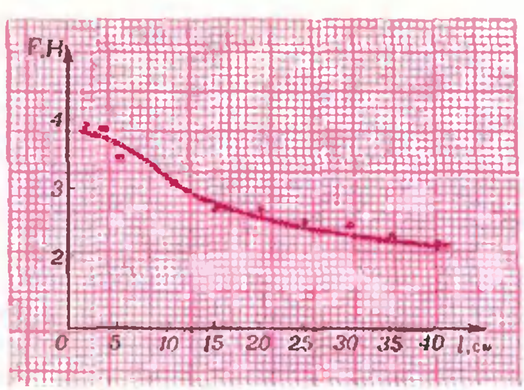


Рис. 1

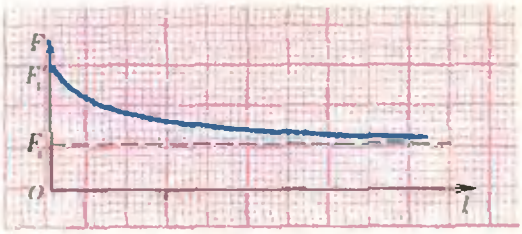


Рис. 2.

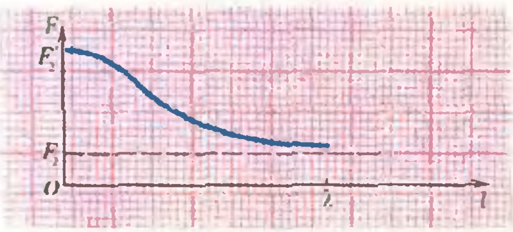


Рис. 3.

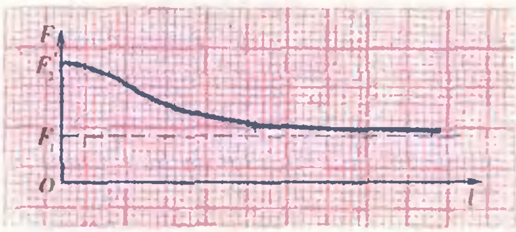


Рис. 4.

вероятность обнаружения на выбранном образце хотя бы одного дефекта зависит только от длины образца. Если для участка единичной длины вероятность наличия дефекта равна α, то вероятность отсутствия дефекта на этом участке будет $(1-\alpha)$, а на длине l — $(1-\alpha)^l$. Это означает, что в n опытах нить будет $n(1-\alpha)^l$ раз разрываться при силе F_1' и $n(1-(1-\alpha)^l)$ раз — при силе F_1. Тогда средняя сила, разрывающая нить, будет равна

$$F=\frac{n(1-\alpha)^l F_1'+n(1-(1-\alpha)^l)F_1}{n}=$$

$$=F_1+(1-\alpha)^l(F_1'-F_1).$$

График зависимости $F=F(l)$ изображен на рисунке 2. Из графика видно, что при бесконечно большом увеличении длины нити средняя сила убывает до значения F_1, а при уменьшении длины до нуля она возрастает, приближаясь к значению F_1'. В эксперименте тоже наблюдалось уменьшение прочности нити при возрастании ее длины (см. рис. 1).

Предположим теперь, что длина нити порядка длины ворсинки и меньше. Тогда вероятность наличия дефекта в нити невелика, и основную роль в изменении прочности нити играет другой фактор: при разрыве нити ворсинки не рвутся, а лишь проскальзывают друг относительно друга. Очевидно, что сила, вызывающая проскальзывание (обозначим ее через F_2), значительно меньше силы, необходимой для разрыва ворсинки (обозначим ее через F_2'). Для определенности будем считать, что ворсинка может проскальзывать, если хотя бы один ее конец свободен. Из всего количества ворсинок, составляющих нить, часть ворсинок окажутся захваченными только за один конец, и они смогут проскальзывать; остальные ворсинки окажутся захваченными за оба конца, проскальзывание будет невозможным, и придется их разрывать. При длине нити, практически равной длине ворсинок λ, почти все ворсинки смогут скользить; следовательно, для разрыва нити понадобится сила F_2. При уменьшении длины нити до нуля, наоборот, все ворсинки окажутся захваченными за оба конца, так что придется приложить силу F_2'. Примерный график зависимости средней силы, необходимой для разрыва нити с длиной порядка длины ворсинки, изображен на рисунке 3.

Совместив графики, приведенные на рисунках 2 и 3, получим результирующую теоретическую кривую зависимости прочности нити от ее длины (рис. 4). Хотя предложенную упрощенную модель и нельзя считать идеальной, она дает хорошее согласование с экспериментом.

Физика 8, 9, 10

Публикуемая ниже заметка «Сила и деформация» предназначена восьмиклассникам, заметка «О силах поверхностного натяжения» — девятиклассникам и «Энергия и громкость звука» — десятиклассникам.
Материалы подготовил И. К. Белкин.

Сила и деформация

Слово «сила» — одно из наиболее употребляемых слов. В обыденном языке оно может иметь самые разные значения. Но в механике смысл этого слова вполне ясен. Все, что можно сказать о механической силе вообще, содержится в законах Ньютона.

В законе, числящемся под номером три, говорится, что сила, а точнее, силы возникают при взаимодействии тел. Из второго закона Ньютона следует, что *сила — это причина ускорения* тел, то есть изменения их скорости. Наконец, первый закон Ньютона утверждает, что при отсутствии сил или при равенстве нулю геометрической суммы приложенных к телу сил оно, тело, движется без ускорения. Все три закона сформулированы для случая, когда движение рассматривается относительно инерциальной системы отсчета.

Казалось бы, роль силы в механике ясна: сила сообщает телу, к которому она приложена, ускорение. Согласно законам механики, это ее единственная «специальность».

Между тем иногда встречаются (даже в учебниках физики) утверждения о том, что сила не только сообщает телу ускорение, но и деформирует его. В первом случае говорят о динамическом, а во втором — о статическом проявлении силы. Так, в одном из учебных пособий, рекомендованных старшеклассникам, читаем: «Результатом взаимодействия тел является либо деформация (изменение размеров или формы тела), либо ускорение (изменение величины или направления скорости). Конечно, не исключено, что одновременно могут возникать и деформации, и ускорения». Еще пример. В учебнике для высшей школы, пользующемся всемирной известностью, сила определяется следующими словами: «Понятие „сила“ происходит от нашего мускульного ощущения. Качественно сила определяется двумя признаками: она может деформировать неподвижное твердое тело и ускорять подвижное тело». В других книгах читаем: «Силой называется то, что вызывает или прекращает движение, изменяет направление движения или изменяет форму тела» или «сила — векторная величина, характеризующая взаимодействие тел, в результате которого тела деформируются или приобретают ускорения... Статическое действие силы проявляется в наличии деформаций, динамическое — в наличии ускорений». Число таких примеров можно увеличить, хотя в большинстве современных книг по физике силу с деформацией непосредственно не связывают.

Как же, в самом деле, связаны между собой силы, ускорения и деформации?

Сила — причина ускорения. Повторим еще раз, что в трех законах Ньютона, с помощью которых может быть решена любая механическая задача, нет и намека на такое явление, как деформация тел. Да и не может быть, потому что законы Ньютона относятся к движению *материальных точек* (это постоянно подчеркивается в учебнике «Физика 8»). А точки, разумеется, деформироваться не могут! Уже отсюда следует, что силу, в соответствии с законами Ньютона, следует рассматривать как причину ускорения и только ускорения.

Однако связь между силой и деформацией действительно существует. Прежде всего она *состоит в том*, что одна из трех рассматриваемых в учебнике механических сил — сила упругости — возникает именно при деформации тел. Но ведь это означает, что сила (по крайней мере сила упругости) есть *следствие* деформации. Как же тогда понимать приведенные выше утверждения о том, что сила — это *причина* деформации? Быть может, они просто не имеют смысла? Чтобы ответить *на эти вопросы*, вспомним

Как возникают деформации? Деформации — это изменения формы или размеров тела. Они невозможны без изменения взаимного расположения *частиц тела. При* деформации растяжения, например, расстояния между частицами тела увеличиваются, частицы удаляются друг от друга. При сжатии тела его частицы, наоборот, *сближаются*. Таким образом, непосредственная причина деформации — это *движения* одних частиц тела относительно других. Движения, а не силы!

Но и силы играют существенную роль, потому что именно от *них* зависят те движения, которые приводят к деформации тела. Однако роль сил не прямая, а косвенная. Сила непосредственно не вызывает деформации.

И деформация, и ускорение. Рассмотрим более подробно, каким образом сила, приложенная к телу, сообщает ему ускорение и какую роль при этом играет деформация.

Допустим, что к телу массой m, имеющему, например, форму стержня, *приложена* постоянная сила $\vec{F}$ так, как это показано на рисунке 1. Оговорим только, что $\vec{F}$ — не сила всемирного тяготения. Поскольку сила приложена к правому торцу стержня, *она непосредственно* сообщит ускорение лишь точкам (частицам) на этом торце. Только они, эти точки, и получат ускорение в начальный момент *времени*. Остальные точки стержня останутся в покое, так как к ним сила не приложена. Благодаря этому стержень деформируется, возникает сила упругости, и она (а не сила $\vec{F}$!) сообщает ускорение следующему слою точек и т. д. *Постепенно*, хотя и очень быстро (со скоростью звука), деформация распространится по всему стержню, в результате чего весь стержень станет двигаться с ускорением $\vec{a}$, равным $\vec{F}/m$.

Рис. 1

Таким образом, в рассмотренном случае тело под действием приложенной к нему силы движется с ускорением *и при этом оказывается* деформированным. В том, что тело деформировано, «виновата», конечно, и сила $\vec{F}$, но ее роль не прямая. Тело оказалось деформированным, поскольку разные его точки двигались относительно друг друга. *То, что роль силы при* деформации лишь косвенная, видно уже из того, что величина и характер деформации не определяются однозначно приложенной силой, а зависят и от материала стержня, *и от однородности* его по сечению и составу. Ускорение же стержня однозначно определяется действующей на него силой.

Ускорение без деформации. Важно отметить также, что сила, приложенная к телу, может *и не вызвать* деформацию. Если эта сила — сила тяжести (вообще, сила всемирного тяготения), то картина движения будет совсем иной. Силы тяжести, как известно, действуют сразу на все точки тела и сообщают им одно и то же ускорение g. Поэтому все точки будут двигаться одинаково, так что движения одних точек относительно других не будет. Не будет, *следовательно, и* деформации.

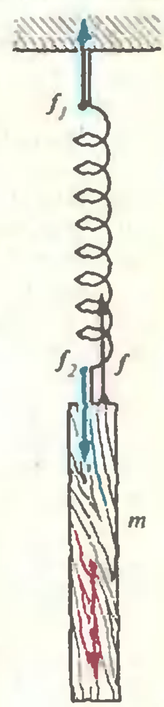


Рис. 2

Деформация без ускорения. Рассмотрим теперь такой случай. К невесомой пружине, верхний конец которой прикреплен к неподвижной подставке, подвешивается тело массой m (рис. 2). Под действием силы тяжести тело, конечно, начинает падать. Вместе с ним приходит в движение и нижний конец пружины. Поэтому пружина деформируется, и возникает сила упругости, действующая на верхний конец тела. Так как сила тяжести действует на все части тела, а сила упругости только на его верхний конец, различные части тела будут двигаться по-разному и тело окажется деформированным. Сила упругости, возникшая вследствие этого, будет действовать на нижний конец пружины и т. д.

Легко понять, что в конце концов и пружина, и тело остановятся. Это значит, что сумма сил, действующих и на пружину, и на тело, будет равна нулю. На пружину действует сила упругости со стороны деформированной подставки и сила упругости деформированного тела (силы $\vec{f}_1$ и $\vec{f}_2$ на рисунке 2). На тело действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости деформированной пружины $\vec{f}$. Все тела нашей системы деформированы, но ни одно из них не обладает ускорением.

Очевидно, именно эту ситуацию имеют в виду, когда говорят о статическом действии силы, то есть о действии силы, приводящем к деформации, но не ускорению (действительно, в нашем примере речь может идти об этом). Однако надо понимать, что в случаях, подобных рассмотренному, ускорения нет потому, что и на тело, и на пружину действуют две силы и их сумма равна нулю. Разумеется, ни при каких условиях одна сила (или несколько сил, если их сумма не равна нулю) не может деформировать тело, не сообщив ему и ускорения тоже. У силы (одной!) не может быть статического действия. Сила — величина *динамическая*.

О силах поверхностного натяжения

Особые свойства поверхности жидкости связаны с тем, что молекулы на поверхности имеют много соседей с одной стороны, в глубине жидкости, и мало с другой — над ее поверхностью. Благодаря этому на молекулы, находящиеся на поверхности, действуют силы, направленные в глубь жидкости, перпендикулярно к ее поверхности. Эти силы складываются и оказывают давление на жидкость, которое уравновешивается давлением, вызванным силами упругости самой жидкости.

Между тем многочисленные опыты, например описанные в учебнике «Физика 9», говорят о том, что на поверхности жидкости действуют силы, направленные не перпендикулярно, а по касательной к поверхности (делая ее похожей на упругую пленку). Это отражено и в названии — силы поверхностного натяжения. Выходит, что реальные силы, действующие на молекулы поверхности, направлены перпендикулярно к ней, а сил собственно поверхностного натяжения в действительности нет?

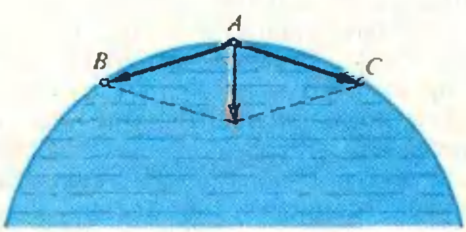
Оказывается, силы, направленные по касательной к поверхности, действительно существуют, но возникают они только тогда, когда поверхность жидкости разрывается какими-нибудь посторонними телами, твердыми или жидкими. Если же никакие другие тела с жидкостью не соприкасаются (кроме ее собственного пара), сил поверхностного натяжения нет. Это нетрудно понять. В самом деле, любая молекула внутри объема жидкости окружена со всех сторон другими молекулами, действующими на нее с силами, равномерно распределенными по всем направлениям, поэтому эти силы уравновешиваются. Это относится ко всем молекулам жидкости, кроме лежащих на ее поверхности. На них, как было указано, действуют силы, направленные внутрь жидкости, нормально к ее поверхности. Жидкость как бы стремится втянуть в себя молекулы поверхности, или, что то же самое, по возможности уменьшить свою поверхность.

Как известно из математики, наименьшей поверхностью при данном объеме обладает шар. Вот почему жидкость, предоставленная самой себе и не подверженная действию никаких внешних сил, кроме силы тяжести, принимает форму шара. Сила тяжести не влияет на форму жидкости потому, что она сообщает всем ее частицам одинаковое ускорение и не меняет взаимного расположения частиц.

Итак, жидкость, находящаяся только под действием силы тяжести, движется с ускорением $\vec{g}$ (пребывает в состоянии невесомости) и сохраняет форму шара. Но на любую молекулу *A* сферической поверхности жидкости действуют еще силы притяжения со стороны ее ближайших соседей *B* и *C*, лежащих на той же поверхности (см. рисунок). Равнодействующая этих сил, очевидно, тоже направлена перпендикулярно к поверхности, и никаких сил, касательных к поверхности, нет.

То же относится и к случаю, когда поверхность жидкости плоская (такова бо́льшая часть поверхности жидкости, находящейся в широком сосуде). Действительно, любая молекула на плоской поверхности также со всех сторон окружена другими молекулами, расположенными на той же поверхности. Они действуют на неё с силами, равномерно распределенными по всем направлениям на плоскости и потому взаимно уравновешивающимися. Следовательно, и на плоской поверхности нет сил поверхностного натяжения.

Но когда поверхность жидкости разрывается, например, твердым телом, то на молекулы, находящиеся вблизи поверхности этого тела, действуют дополнительные силы со стороны его молекул. Эти силы могут и не уравновешиваться силами притяжения к молекулам самой жидкости. Вот тогда и появляются силы поверхностного натяжения. Они могут оказывать различные действия, в частности — изменять форму поверхности жидкости. Этим объясняется, например, образование мениска вблизи стенок сосуда с жидкостью.



Особенно резко выражены силы поверхностного натяжения в тонких пленках, опыты с которыми подробно описаны в «Физике 9». Такие пленки не могут существовать без ограничивающего их поверхность твердого тела. Но когда тонкая пленка создается в виде мыльного пузыря, то она принимает форму шара и никаких сил поверхностного натяжения не возникает.

Таким образом, силы поверхностного натяжения появляются только в случае, когда силы взаимодействия между молекулами жидкости перестают уравновешиваться.

Энергия и громкость звука

Различные звуки, воспринимаемые органом слуха человека, отличаются друг от друга, прежде всего, частотой колебаний. Камертон, например, издает звук одной единственной частоты, которая определяет его тон. Тот же тон, издаваемый скрипкой, пианино или гитарой, звучит для нас иначе, хотя ухо и улавливает, что это звуки одного тона. Это отличие связано с тем, что в сложном музыкальном звуке частоте, определяющей основной тон звука, сопутствуют и другие частоты — обертоны. Они-то и придают звуку особое качество — тембр. Есть звуки, которым нельзя приписать определенную частоту или даже набор частот. Это шумы. В шуме содержатся самые разнообразные частоты, часто и беспорядочно сменяющие друг друга. Шум — это скрип несмазанных дверей (вроде дверей в доме гоголевских старосветских помещиков), дребезжание оконных стекол, беспорядочные крики толпы и т. д.

Но любые звуки различаются еще и громкостью. Звук одного и того же источника, одного и того же тона и тембра может быть более и менее громким. Обсудим это подробнее.

Звуковая волна несет с собой энергию — энергию колебаний частиц среды, в которой она распространяется. С этой энергией и связана громкость звука. Но связь эта не такая простая, как может показаться.

Каждая единица объема среды, в которой распространяется звуковая волна, обладает, как можно показать, энергией $w = \varrho v_m^2/2$, где ϱ — плотность среды и v_m — амплитуда колебаний скорости колеблющейся частицы. Амплитуда же скорости равна ωx_m, где ω — циклическая частота колебаний и x_m — амплитуда колебаний частиц (см. «Физику 10»), так что энергия единицы объема, то есть плотность энергии, равна

$$w = \frac{\varrho \omega^2 x_m^2}{2}.$$

Но волна распространяется с некоторой скоростью v (эта скорость обычно велика по сравнению со скоростью v_m), так что энергия как бы течет в направлении распространения волны. Если мысленно представить себе площадку площадью S, перпендикулярную направлению распространения волны, то за время t через нее «протечет» энергия, заключенная в объеме Svt и равная $\varrho\omega^2 x_m^2 Svt/2$. Отсюда следует, что за единицу времени через площадку единичной площади пройдет энергия, равная

$$I = wv = \frac{\varrho \omega^2 x_m^2}{2} v.$$

Величина I называется интенсивностью звука. Она измеряется в Дж/(м^2·с), или в Вт/м^2.

Ухо человека особенно чувствительно к частотам порядка 1000 герц. При такой частоте интенсивность самого слабого звука, который еще можно услышать, равна всего 10^{-12} Вт/м^2. При обычном разговоре интенсивность не превышает 10^{-5} Вт/м^2. Самые мощные звуки органных труб проносят через каждый квадратный метр мощность порядка 10^{-3} Вт/м^2. Звук интенсивностью 1 — 10 Вт/м^2 вызывает боль в ушах и ощущается кожей. Таким образом, орган слуха человека воспринимает звуки, интенсивности которых простираются от 10^{-12} до 10 Вт/м^2. Самый мощный звук по интенсивности превосходит самый слабый в 10^{13} раз!

Однако у нас никогда не бывает такого ощущения, что один звук в миллионы или даже в миллиарды раз громче другого. Оказывается, надо различать интенсивность звука и его громкость. Если интенсивность одного звука в десять, сто или миллион раз больше интенсивности другого звука, то это вовсе не значит, что он во столько же раз и громче. Громкость звука оценивается физиологически, с участием нервной системы и мозга человека. А физиология слуха такова, что удвоение интенсивности звука не воспринимается как удвоение его громкости. Связь громкости с интенсивностью звука вот какая.

По логарифмическому закону. Обратимся сначала к звукам частоты 1000 Гц. Самый слабый звук, который еще может воспринять ухо на этой частоте, называемый порогом слышимости, имеет интенсивность 10^{-12} Вт/м^2. Будем считать, что громкость этого звука равна нулю. Громкость звука той же частоты, но с интенсивностью в 10 раз большей равна одной единице, называемой «бел», или десяти единицам, называемым «децибел» (краткое обозначение — дБ). Громкость звука, интенсивность которого еще в 10 раз больше, увеличивается еще на 10 децибел и т. д. Другими словами, когда интенсивность звука умножается, громкость прибавляется.*)

*) Этот закон был открыт немецким анатомом и физиологом Э. Вебером (1795—1878), а немецкий физик и психолог Г. Фехнер (1801—1887) придал ему математическую форму, поэтому закон называется законом Вебера—Фехнера. Он гласит: сила ощущения пропорциональна логарифму силы раздражения. Это справедливо не только для восприятия звука, но и для других ощущений человека.

Математически этот закон выглядит так. Обозначим интенсивность некоторого звука частоты 1000 Гц через I, а интенсивность у порога слышимости на той же частоте через I_0. Тогда громкость звука L интенсивности I, выраженная в белах, равна

$$L_{б}=\lg\frac{I}{I_0},$$

а в децибелах —

$$L_{дб}=10\lg\frac{I}{I_0}.$$

Звук частоты 1000 Гц может входить в состав звуков, издаваемых человеком, ведущим тихий разговор, и человеком, кричащим во весь голос. В первом случае интенсивность звука равна примерно 10^{-8} Вт/м^2, во втором — 10^{-4} Вт/м^2, громкость же первого звука равна 40 дБ, второго 80 дБ. Это, однако, не значит, что громкость крика вдвое больше громкости тихого разговора. Об этих двух звуках говорят, что один из них на 40 дБ громче другого. Заметим, кстати, что разность громкостей в 1 дБ — это наименьшая разность в громкости, которую может уловить человеческое ухо.

Универсальная единица громкости — фон. Приведенный выше логарифмический закон верен, разумеется, не только для звуков частоты 1000 Гц. Но для других частот интенсивности у порога слышимости другие. Так, например, при частоте около 100 Гц она равна 10^{-8} Вт/м^2, то есть в 10^4 раз больше, чем для частоты 1000 Гц. Согласно формуле для громкости, это означает, что если громкость какого-то звука на частоте 1000 Гц оценивается в 80 дБ, то на частоте 100 Гц равногромкий звук должен оцениваться лишь в 40 дБ.

Желательно, однако, ощущение громкости характеризовать однозначно, чтобы равногромкие (на слух) звуки оценивались одним и тем же числом, независимо от тона или тембра звука. Поэтому вводится специальная единица громкости — фон. Фон — это разность громкостей звуков, для которых разность интенсивностей равногромких с ними звуков частоты 1000 Гц равна 1 дБ. Таким образом, для звуков частоты 1000 Гц шкалы децибелов и фонов, естественно, совпадают. Для других частот это не так. Если какой-либо звук вызывает на слух такое же ощущение, как звук частоты 1000 Гц и интенсивности I, то громкость этого звука в фонах выражается формулой

$$L_{ф}=10\lg\frac{I}{I_0},$$

где I_0 — интенсивность звука у порога слышимости при частоте 1000 Гц.

В заключение приведем несколько значений громкости часто встречающихся звуков:

Порог слышимости	0	фонов
Шепот	20	»
Тихий разговор	40	»
Нормальный разговор	50	»
Громкий разговор	60	»
Уличный шум	70	»
Крик	80	»
Шум мотоцикла (без глушителя)	100	»
Шум мотора самолета	120	»
Предел болевого ощущения	130	фонов.

Торные тропы Торо

(Начало см. на с. 20)

сближение произойдет около 2200 года. Разумеется, это скажется и на взаимном расположении Торо и Земли (2200 год — это и год сближения Торо с Землей). В результате произойдет следующее: Земля окажется внутри замкнутого витка траектории Торо (внутри лепестка розетки, нарисованной на первой странице обложки).

Точные расчеты движения Торо с учетом возмущений, вносимых Землей, Венерой и Марсом, сделаны на несколько тысяч лет. Они показывают, что Торо никогда не приближается к Земле на расстояние, меньшее 0,1 а. е. По-видимому, исключена и вероятность столкновения Торо с Марсом. Если бы это было не так, то за миллиарды лет существования Солнечной системы Торо не удалось бы уцелеть.

Квант для младших школьников

Задачи

1. Возьмем два двузначных числа и перемножим их. Пусть A — их произведение. Теперь в каждом сомножителе переставим цифры и полученные числа также перемножим; получим число B. Докажите, что число $A-B$ делится на 99.

2. Покажите, что на рисунке закрашена ровно половина площади правильной пятиконечной звезды.

3. Два гроссмейстера возвращались в гостиницу после очередного тура ежегодного шахматного турнира.

— Три восьмых турнира позади,— сказал один.

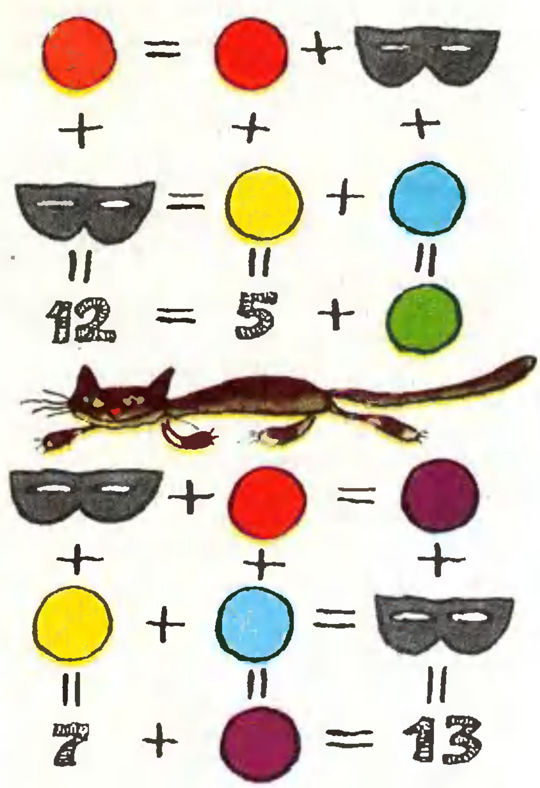
— Да,— ответил другой.— А участников с каждым годом делается все больше. Подумай только, уже сыграно столько партий, сколько в прошлом году было сыграно за весь турнир!

— Если дело так пойдет дальше,— усмехнулся первый,— то через несколько лет в турнире будет уже играть человек 30...

Сколько шахматистов играло в турнире?

4. Существует ли фигура на плоскости, не имеющая ни осей симметрии, ни центра симметрии, но переходящая в себя после поворота вокруг некоторой точки на угол, меньший 360°?

5. В ребусах на рисунке каждому цвету соответствует число. Однако некоторые цветные кружки закрыты черными масками. Найдите числа, соответствующие каждому из цветов, и цвета кружков под масками. (В этом ребусе, кроме правил сложения чисел, выполняются еще правила сложения цветов.)



Эти задачи нам предложили Н. И. Авилов, В. Н. Ветров, Н. Н. Михайленко, С. Н. Олехник, Д. Б. Фукс.

Решаем задачи по физике

Т. С. ПЕТРОВА

В февральском номере «Кванта» за этот год была опубликована статья «Дано... Требуется определить...». В этой статье приводились условия восьми задач. В условиях было сказано, что «дано», а что «требуется определить» — читателю предлагалось придумать самому и определить.

В редакцию пришло много писем, в которых читатели приводят свои законченные формулировки задач и их решения. Нам понравилось, как справились с заданием семиклассник Исмаил Эркенов из поселка Корф Камчатской области, шестиклассница Наташа Петрина из города Коканда Узбекской ССР, девятиклассник Ихтиёр Умрзаков из Новосибирска, шестиклассник Володя Любомиров из Вильнюса, пятиклассница Светлана Горохова из Ангарска, семиклассник Павел Лушников из Москвы, ребята из шестого класса школы № 68 со станции Углеуральская в Пермской области, Михаил Гаевский из города Воткинска Удмуртской АССР, восьмиклассник Каха Бабукашвили из Кутаиси...

Давайте разберем присланные ребятами решения задач и по ходу дела обсудим те ошибки, которые встречались во многих письмах.

Задача 1. Две дороги пересекаются под прямым углом. Участки дорог, образующие перекресток, покрыли асфальтом. Длина каждого участка 25 м, ширина 4 м. На покрытие израсходовали 5520 кг асфальта. *Сколько асфальта расходуется на покрытие 1 $м^2$ дороги?*

Ответ: 30 кг.

Во многих решениях встречалась одна и та же ошибка — не учитывалось, что в месте пересечения дорог (рисунок 1) асфальтом покрывают только одну из них. Некоторые читатели придумали к этой задаче другой вопрос: чему равна толщина покрытия? Что же, формально этот вопрос правомочен. Но жизненный опыт под-

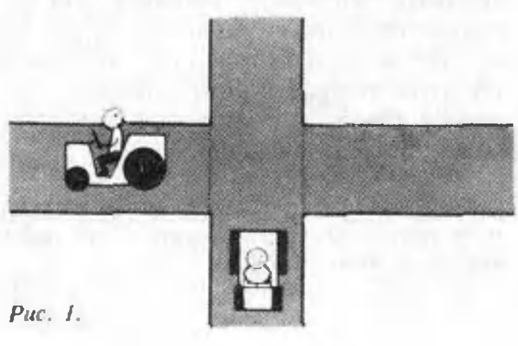
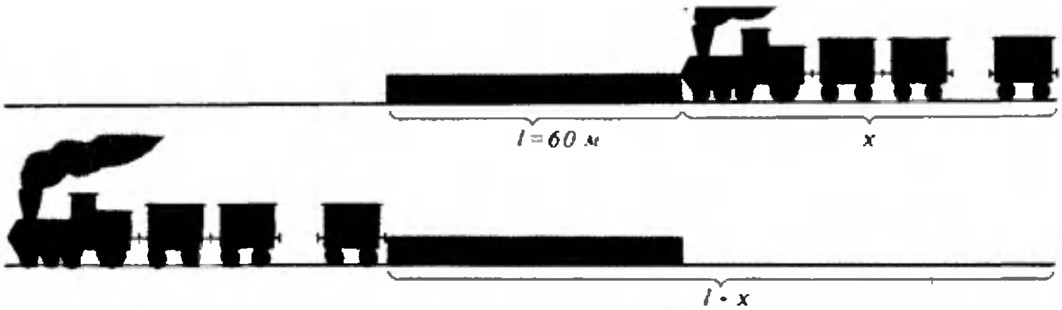


Рис. 1.



сказывает, что покрытие всегда очень неравномерно; так что имеет смысл говорить только о некоторой средней толщине. А ответы получались самые разнообразные — от 1 мм до 1,5 м.

Задача 2. Стальной шар, масса которого равна 1,2 кг, имеет объем 200 см^3. *Чему равен объем полости внутри шара?*

Решение. Плотность стали равна 7,8 г/см^3 (это значение берем из таблиц). Стальное тело массы $m=1{,}2$ кг $=1200$ г должно иметь объем

$$V_{ст}=\frac{m_{ст}}{\varrho_{ст}}=\frac{1200\ \text{г}}{7{,}8\ \text{г/см}^3}\approx 150\ \text{см}^3.$$

Следовательно, в стальном шаре объема 200 см^3 имеется полость, объем которой равен

$$V_{п}=V-V_{ст}\approx 200\ \text{см}^3-150\ \text{см}^3=50\ \text{см}^3.$$

Ответ: 50 см^3.

Во многих письмах к этой задаче ставили вопрос: чему равна плотность стали? Решение такой задачи очевидно: $\varrho=m/V=6$ г/см^3. И на этом успокаивались. Но ведь этот ответ можно проверить по табличным данным. Несовпадение полученного ответа с табличным значением $\varrho_{ст}=7{,}8$ г/см^3 наталкивает на мысль, что что-то в условии не так. Что? Нам кажется, что при таком ходе рассуждений неминуемо придешь к выводу, что в шаре есть полость. И тогда вопрос об объеме этой полости напрашивается сам собой.

Задача 3. Длина платформы железнодорожной станции равна 60 м. Товарный состав, движущийся со скоростью 45 км/ч, идет мимо платформы 16 с. *Определить длину состава.*

Решение ясно из рисунка 2:

$$l+x=vt \Rightarrow x=vt-l.$$

Подставляя $v=45$ км/ч $=\frac{45\,000}{3600}$ м/с $=12$ м/с, $t=16$ с и $l=60$ м, получаем $x=140$ м.

Ответ: 140 м.

В нескольких письмах повторялась одна и та же ошибка: вычисляя x, скорость v подставляли численно равной 45, то есть в единицах км/ч, а время — равное 16, то есть измеренное в секундах. Это очень грубая ошибка!

Задача 4. Атмосферное давление у поверхности Венеры — 10,3 МПа, сила тяжести — в 1,2 раза меньше, чем на Земле. *Какова будет на Венере высота столба ртути в барометрической трубке?*

Решение. Высота h столба ртути определяется из условия $p_{в}=\varrho_{рт}g_{в}h$, где $g_{в}$ — ускорение свободного падения на Венере. Сила тяжести, действующая на тело массы m, на Венере равна $F_{в}=g_{в}m$, а на Земле $F_{з}=g_{з}m$. Масса тела и на Земле, и на Венере одна и та же, а $F_{з}/F_{в}=1{,}2$. Следовательно, $g_{в}=g_{з}/1{,}2=8{,}2$ м/с^2. Таким образом,

$$h=\frac{p_{в}}{\varrho_{рт}g_{в}}=\frac{10{,}3\cdot 10^6\ \text{Па}}{13{,}6\cdot 10^3\ \text{кг/м}^3\cdot 8{,}2\ \text{м/с}^2}\approx 91\ \text{м}.$$

Задача 5. Металлический шар массы 900 г, нагретый до 155°С, опустили в калориметр, в котором было 3 л воды при температуре 10°С. В результате в калориметре установилась температура 15°С. Теплоемкость калориметра пренебрежимо мала по сравнению с темплоемкостью шара и воды. *Определить, из какого металла сделан шар.*

Ответ: шар сделан из стали. (Из закона сохранения энергии определяем удельную теплоемкость металла: $c=500$ Дж/(кг·°С). По таблицам находим, что такую теплоемкость имеет сталь.)

Задача 6. В цилиндрическом сосуде с площадью дна 125 см^2 находится вода. Когда в сосуд положили кубик льда, уровень воды повысился на 9 мм. *Чему равна длина ребра ледяного кубика?*

Решение. Представим себе, что кубик льда, помещенный в сосуд,

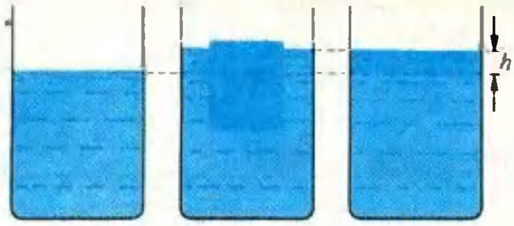


Рис. 3.

растаял в воде (рисунок 3). Масса воды в сосуде будет равна массе первоначальной воды (в сосуде без льда) плюс масса воды, образовавшейся из льда, то есть плюс масса кубика. Объем, занимаемый этой «дополнительной» водой (он выделен на рисунке 3), равен $V_в = Sh$; масса этой воды — $m = \varrho_в V = \varrho_в Sh$ — равна массе ледяного кубика; но масса кубика равна $m = \varrho_л V_л = \varrho_л a^3$ (a — длина ребра кубика). Следовательно, $\varrho_в Sh = \varrho_л a^3$, откуда

$$a = \sqrt[3]{\frac{\varrho_в Sh}{\varrho_л}} = \sqrt[3]{\frac{1\ г/см^3 \cdot 125\ см^2 \cdot 0{,}9\ см}{0{,}9\ г/см^3}} = 5\ см.$$

Ответ: 5 см.

Большинство читателей формулировали вопрос к этой задаче так: найти объем кубика. По существу, решение такой задачи совершенно аналогично тому, которое мы только что привели. Однако в такой постановке вопроса не используется тот факт, что кусок льда имеет форму куба.

Задача 7. Сопротивление железной проволоки, масса которой 390 г, равно 5 Ом. *Определить длину и площадь поперечного сечения проволоки.*

Решение. Сопротивление проволоки равно $R = rl/S$, где $r = \frac{9{,}8}{10^8}$ Ом·м — удельное сопротивление железа (мы обозначили его буквой r, чтобы не путать с плотностью ϱ). Масса проволоки — $m = \varrho l S$, где $\varrho = 7880$ кг/м^3 — плотность железа. Из последнего равенства выразим l через S: $l = m/(\varrho S)$; подставляем это значение в выражение для R: $R = rm/(\varrho S^2)$. Отсюда найдем S:

$$S = \sqrt{\frac{rm}{R\varrho}} = \sqrt{\frac{(9{,}8/10^8)\ (Ом \cdot м) \cdot 0{,}39\ кг}{5\ Ом \cdot 7880\ кг/м^3}} \approx \frac{1}{10^6}\ м^2 = 1\ мм^2.$$

Теперь находим l:

$$l = \frac{m}{\varrho S} = \frac{0{,}39\ кг}{7880\ кг/м^3 \cdot (1/10^6)\ м^2} \approx 50\ м.$$

Ответ: 50 м, 1 мм^2.

У разных читателей длина проволоки получалась от 5 см до 500 м. В связи с этим поговорим об одной ошибке. Вернее, это не сама ошибка, а следствие допущенной в решении ошибки. Вы получили ответ, а сверить его не можете — в задачнике не приведены ответы. Посмотрите, не получился ли ваш результат несуразным. Помните стихотворение С. Я. Маршака про нерадивого ученика, который решал задачу и получил в ответе «два землекопа и две трети»? Такая нелепица говорит сама за себя. А в других случаях оценить разумность полученных значений вам помогут наблюдательность, сообразительность, интуиция. Вернемся к нашей задаче. Житейские соображения подсказывают, что железная проволока длиной 5 см не может иметь массу 390 г, а моток железной проволоки длиной полкилометра не так-то просто поднять.

Задача 8. Два ползунковых реостата, рассчитанных на сопротивление 20 Ом каждый, намотаны один из никелиновой проволоки, а другой — из нихромовой. Длины проволок, использованных для обмоток, одинаковы. *У какой из проволок площадь поперечного сечения больше? Во сколько раз?*

Решение этой задачи запишем конспективно:

$$R = \varrho_{ник} \frac{l}{S_{ник}} = \varrho_{них} \frac{l}{S_{них}};$$

$$\frac{S_{них}}{S_{ник}} = \frac{\varrho_{них}}{\varrho_{ник}} = \frac{1{,}1\ Ом \cdot мм^2/м}{0{,}4\ Ом \cdot мм^2/м} = 2{,}75.$$

Ответ: площадь сечения нихромовой проволоки в 2,75 раза больше.

* * *

Итак, с задачами мы разобрались. Те, кто решил их неправильно, смогут теперь сами понять, в чем ошибка.

Задачник Кванта

Задачи

Этот раздел ведется у нас из номера в номер с момента основания журнала. Публикуемые в нем задачи нестандартны, но для их решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Наиболее трудные задачи отмечаются звездочкой. После формулировки задачи мы обычно указываем, кто нам ее предложил. Разумеется, не все эти задачи публикуются впервые. Решения задач из этого номера можно отправлять не позднее 29 февраля 1984 года по адресу: 103006, Москва, К-6, ул. Горького, 32/1, «Квант». В графе «Кому» напишите: «Задачник «Кванта» № 12—83» и номера задач, решения которых вы посылаете, например «М836, М837» или «Ф848». Решения задач из разных номеров журнала или по разным предметам (математике и физике) присылайте в разных конвертах. В письмо вложите конверт с написанным на нем вашим адресом (в этом конверте вы получите результаты проверки решений). Условие каждой оригинальной задачи, предлагаемой для публикации, присылайте в отдельном конверте в двух экземплярах вместе с вашим решением этой задачи (на конверте пометьте: «Задачник «Кванта», новая задача по физике» или «...новая задача по математике»). В начале каждого письма просим указывать номер школы и класс, в котором вы учитесь.

Задачи М836—М840 предлагались на XXIV Международной математической олимпиаде (с. 46).

М836—М840; Ф848—Ф852

М836. Пусть A — одна из точек пересечения двух окружностей с центрами O_1 и O_2, P_1P_2 и Q_1Q_2 — общие касательные, M_1 и M_2 — середины хорд P_1Q_1 и P_2Q_2 этих окружностей (рис. 1). Докажите равенство углов O_1AO_2 и M_1AM_2.

И. Ф. Шарыгин

М837*. Пусть a, b, c — целые положительные числа, каждые два из которых взаимно просты. Докажите, что наибольшее из целых чисел, не представимых в виде

$$xbc+yca+zab$$

(где x, y, z — неотрицательные целые числа), равно

$$2abc-ab-bc-ca.$$

М838. Все точки, лежащие на сторонах правильного треугольника ABC, разбиты на два множества E_1 и E_2. Верно ли, что для любого такого разбиения в одном из множеств E_1 и E_2 найдется тройка вершин прямоугольного треугольника?

М839*. Можно ли выбрать 1983 натуральных числа, не превосходящих 10^5, так, чтобы среди выбранных чисел не было ни одной тройки чисел, составляющих арифметическую прогрессию (т. е. ни одной тройки a, b, c, в которой $a+c=2b$)?

М840*. а) Докажите, что если a, b, c — длины сторон треугольника, то выполнено неравенство

$$a^2b(a-b)+b^2c(b-c)+c^2a(c-a)\geqslant 0.$$

Выясните, в каких случаях оно превращается в равенство.

б) Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c выполнено неравенство

$$a^3b+b^3c+c^3a\geqslant a^2bc+b^2ca+c^2ab.$$

Ф848. По гладкому горизонтальному круговому желобу длины l катается шарик. Скорость v шарика известна с точностью $\varepsilon=\pm5\%$. При каких значениях v можно точно утверждать, что через время τ после того, как шарик находился в точке A (рис. 2), его нет в точке B?

Е. И. Рабкин

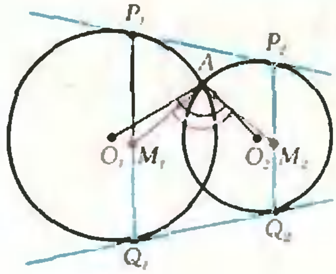


Рис. 1.

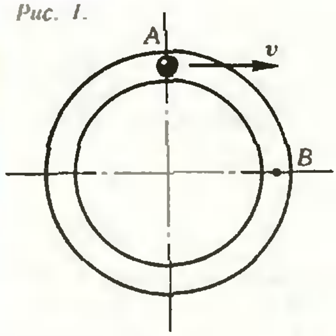


Рис. 2.

Ф849. Сухой термометр находящегося в комнате психрометра показывает температуру $t_1 = 18{,}0°C$, а влажный — $t_2 = t_1 - \Delta t = 15{,}0°C$. Не пользуясь таблицей, определите относительную влажность воздуха в комнате. Давление насыщенного водяного пара при указанных температурах равно, соответственно, $p_1 = 15{,}5$ мм рт. ст. и $p_2 = 12{,}8$ мм рт. ст. Молярная теплота испарения воды — $l = 4{,}07 \times 10^4$ Дж/моль; теплоемкость воздуха — $c = 20{,}8$ Дж/(моль · град) (при постоянном объеме).

И. С. Солодовников

Ф850. На рисунке 3 показана экспериментально полученная зависимость силы упругости пружины от ее длины. Найти период малых колебаний груза массы $m = 60$ г, подвешенного вертикально на этой пружине в поле тяжести.

В. И. Комов

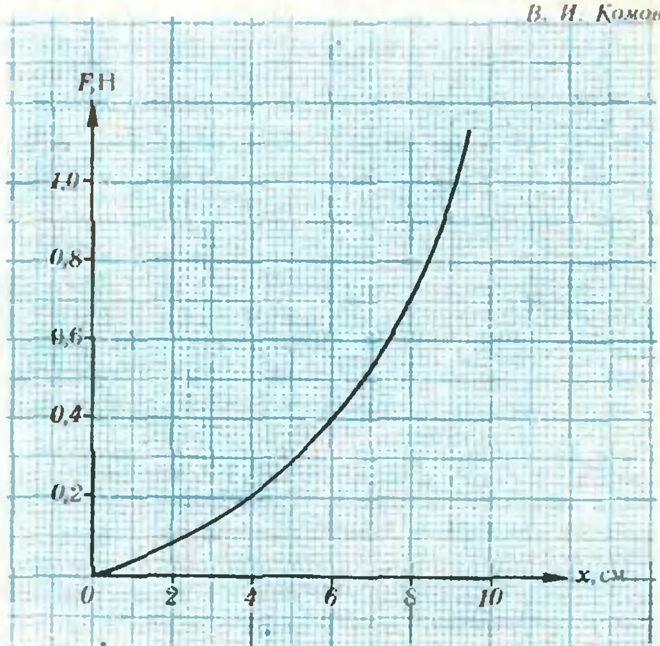


Рис. 3.

Ф851. Найти силу взаимодействия двух непроводящих половинок шара радиуса R, каждая из которых равномерно заряжена по объему с плотностью ϱ_1 и ϱ_2 соответственно. Диэлектрическую проницаемость материала шара считать равной единице.

И. В. Гребнев

Ф852. По горизонтальной непроводящей плоскости без проскальзывания катится равномерно заряженное кольцо массы m. После включения горизонтального магнитного поля с индукцией $\vec{B}$, перпендикулярной плоскости кольца (рис. 4), сила давления кольца на плоскость уменьшилась вдвое. С какой скоростью катилось кольцо, если его заряд равен q?

Я. Г. Маркович

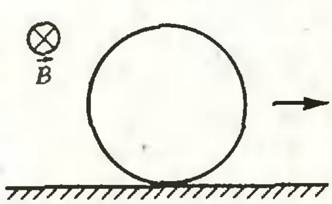


Рис. 4.

Problems

M836—M840; P848—P852

We have been publishing Kvant's contest problems every month from the very first issue of our magazine. The problems are nonstandard ones, but their solution requires no information outside the scope of the USSR secondary school syllabus. The more difficult problems are marked with a star (*). After the statement of the problem, we usually indicate who proposed it to us. It goes without saying that not all these problems are first publications. The solutions of problems from this issue (in Russian or in English) may be posted no later than February 29 th, 1984, to the following adress: USSR, Moscow, 103006, Москва, К-6, ул. Горького, 32/1, «Квант». Please send the solutions of physics and mathematics problems, as well as problems from different issues, under separate cover; on the envelope write the words: "KVANT'S PROBLEMS" and the numbers of all the solved problems; in your letter enclose an unstamped selfadressed envelope — we shall use it to send you the correction results. At the end of the academic year we sum up the results of the Kvant problem contest. If you have an original problem to propose for publication, please send it to us under separate cover, in two copies (in Russian or in English), including the solution. On the envelope write NEW PROBLEM IN PHYSICS (or MATHEMATICS). Problems M836 — M840 were proposed at the XXIVth International Mathematical Olympiad in Paris this summer.

M836. Suppose A is one of the intersection points of two circles with centres O_1 and O_2, P_1P_2 and Q_1Q_2 their common tangents, M_1 and M_2 the midpoints of their chords P_1Q_1 and P_2Q_2 (see figure Рис. 1). Prove that the angles O_1AO_2 and M_1AM_2 are equal.

I. F. Sharygin

M837*. Suppose a, b, c are positive integers. Prove that the largest integer which cannot be represented in the form

$$xbc+yca+zab$$

(where x, y, z are non-negative integers) equals

$$2abc-ab-bc-ca.$$

M838. All the points of the sides of an equilateral triangle ABC are partitioned into two sets E_1 and E_2. Is it true that for any such partition one of the sets E_1 or E_2 contains the three vertices of a right triangle?

M839*. Is it possible to choose 1983 natural numbers not exceeding 10^5 so that no three chosen numbers form an arithmetic progression (i. e. we never have $a+c=2b$ for any triple a, b, c of chosen numbers)?

M840*. a) Prove that the inequality

$$a^2b(a-b)+b^2c(b-c)+c^2a(c-a)\geqslant 0$$

holds whenever a, b, c are the lengths of the sides of a triangle. Find all the cases when the equality sign holds.

b) Prove that for all positive numbers a, b, c

$$a^3b+b^3c+c^3a\geqslant a^2bc+b^2ca+c^2ab.$$

P848. A small ball-bearing rolls along a horizontal circular trough of length l. The speed v of the ball-bearing is known with precision $\varepsilon=\pm5\%$.

For what values of v can we claim without possible error that τ seconds after it was at the point A (figure Рис. 2) the ball-bearing will not be at the point B?

E. I. Rabkin

P849. A dry thermometer located in a psychrometer room shows a temperature $t_1=18.0°C$, a humid one — $t_2=t_1-\Delta t=15.0°C$. Without using a table, determine the relative humidity in the room. The pressure of saturated vapor at the temperatures indicated above is respectively $p_1=15.5$ mm Hg and $p_2=12.8$ mm Hg. The molar heat of water vaporization is $l=4.07\cdot10^4$ J/mole; the heat capacity of air is $c=20.8$ J/(mole · deg) (for constant volume).

I. S. Solodovnikov

P850. The figure Рис. 3 shows the experimental plot of the dependence of a spring's elastic force on its length. Find the period of small oscillations of a weight of mass $m=60$ g hanging vertically from the spring in the earth's gravitational field.

V. I. Komov

P851. Find the interaction force of two non-conducting halves of a ball of radius R, each of which is uniformely charged in volume with density ϱ_1 and ϱ_2 respectively. The dielectric conductivity of the material may be assumed equal to one.

I. V. Grebnev

P852. A uniformely charged hoop of mass m rolls without slipping on a non-conducting horizontal plane. After a horizontal magnetic field of induction $\vec{B}$ perpendicular to the hoop's plane is switched on, the pressure of the hoop on the plane becomes twice smaller (figure Рис. 4). With what velocity did the hoop roll, if its charge is q?

L. G. Marcovich

Решения задач

М821, М822, М824, М825*); Ф800, Ф833—Ф836

М821. *Решите уравнение* $x^3+x^2+x=-\dfrac{1}{3}$.

Перепишем уравнение в виде $3x^3+3x^2+3x+1=0$; получилась сумма кубов: $(x+1)^3+2x^3=0$. Запишем ее в виде $(x+1)^3=-2x^3$ и извлечем кубический корень из обеих частей: $x+1=-x\sqrt[3]{2}$; отсюда $x=-\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{2}}$.

Ю. И. Ионин

◆

М822. *Карточки четырех цветов — n зеленых, n красных, n синих и n жёлтых — сложены стопкой так, что через четыре карточки цвет повторяется (например, 1-я, 5-я, 9-я, ..., (4n—3)-я карточки — красные, 2-я, 6-я, ..., (4n—2)-я — жёлтые и т. д.). Несколько карточек сверху сняли, не перекладывая перевернули и произвольным образом вставили между оставшимися. После этого стопку разделили на n маленьких стопок по четыре карточки. Докажите, что в каждой из этих четверок встретятся карточки всех четырех цветов.*

I	1234 ... 1234 1 ... s
II	s+1 ... 4 1234 ... 1234

Рис. 1.

I	1234 1234 ... 1 ... t
II	t+1 ... 4 1234 ... 1234

Рис. 4.

Занумеруем цвета карточек числами 1, 2, 3, 4 таким образом, чтобы первоначальному расположению карт в колоде соответствовала последовательность

12341234...1234

(левый конец этой последовательности соответствует низу колоды, правый — ее верху).

Мы делим колоду на две части так, как показано на рисунке 1, после чего карточки части II переворачиваем и произвольно вставляем между карточками части I. В новой колоде в первой (снизу) четверке будет k карточек из начала части I ($1, ..., k$) и $4-k$ карточек из конца части II ($k+1, ..., 4$) — см. рисунок 2; очевидно, что при этом каждый цвет будет представлен по разу. Остатки частей I и II (без первой четверки карточек) примут вид, показанный на рисунке 3. Прежде чем двигаться дальше, перенумеруем цвета: $(k+1)$-й цвет получит номер 1, $(k+2)$-й цвет — номер 2, ..., 4-й номер — номер $(4-k)$, 1-й цвет — номер $(4-k)+1$, ..., k-й цвет — номер 4.

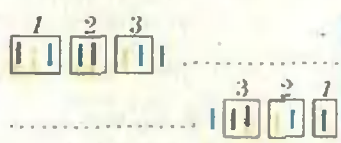


Рис. 2.

I	k+1 ... 4 1234 ... 1 ... s
II	s+1 ... 4 1234 ... 1 ... k

Рис. 3.

После этого части, изображенные на рисунке 3, будут выглядеть, как в самом начале, только номер s заменится каким-то номером 1 (рис. 4). Во второй четверке новой колоды (см. снова рисунок 2) будет l карточек из части I (новые номера $1, ..., l$) и $4-l$ карточек из части II (новые номера $l+1, ..., 4$) — и снова каждый цвет будет предствлен по разу. И так далее. Когда в новой колоде останется всего четыре карточки (каждую рассмотренную четверку карточек мы всякий раз убираем в новую стопку), часть I (точнее, её «остаток») будет иметь вид $1, ..., u$, часть II — вид $u+1, ..., 4$, где u — номер, который после всех перенумераций получит цвет, имевший вначале номер s. И в этой последней четверке снова будут представлены все цвета.

С. Б. Шлосман

◆

М824. *В сетке, изображенной на рисунке 1, каждая ячейка имеет размер 1×1. Можно ли эту сетку представить в виде объединения а) 8 ломаных длины 5; б) 5 ломаных длины 8?*

а) Можно. Обозначим некоторые узлы сетки, как показано на рисунке 2. Тогда наша сетка распадается в объединение восьми ломаных длины 5: AR_1S_1, $R_1R_2S_2$, $R_2R_3S_3$, R_3BC, AP_1Q_1, $P_1P_2Q_2$, $P_2P_3Q_3$, P_3DC. Есть и другие способы.

*) Задача М823 будет решена на «Геометрической страничке» в одном из следующих номеров «Кванта».

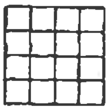


Рис. 1.

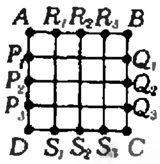


Рис. 2.

б) Нельзя. Заметим, что суммарная длина наших ломаных равна суммарной длине всех линий сетки, так что ломаные не могут давать в объединении всю сетку и в то же время пересекаться по отрезку прямой. Поэтому в каждой из точек R_1, R_2, R_3, Q_1, Q_2, Q_3, S_1, S_2, S_3, P_1, P_2, P_3 обязательно должен располагаться конец хотя бы одной ломаной. Так как концов всего 12, ломаных должно быть не меньше шести.

Н. И. Авилов

М825. *Множество M состоит из k попарно непересекающихся отрезков, лежащих на одной прямой. Известно, что любой отрезок длины, не большей 1, можно расположить на прямой так, чтобы концы его принадлежали множеству M. Докажите, что сумма длин отрезков, составляющих M, не меньше 1/k.*

◆

Будем считать, что множество M расположено на числовой прямой и составлено из отрезков $[a_1, b_1]$, $[a_2, b_2]$, ..., $[a_k, b_k]$, $a_1<b_1<a_2<b_2<...<b_k$. Длины этих отрезков обозначим, соответственно, $\delta_1, \delta_2, ..., \delta_k$. Для каждой пары номеров i и j $(1\leqslant i\leqslant j\leqslant k)$ через M_{ij} обозначим множество длин отрезков с концами, лежащими на отрезках $[a_i, b_i]$, $[a_j, b_j]$. Эти множества, очевидно, на числовой прямой образуют отрезки, длины которых равны δ_i, если $i=j$, и $\delta_i+\delta_j$, если $i<j$. По условию задачи сумма длин этих отрезков не меньше 1. Следовательно,

$$\delta_1+(\delta_1+\delta_2)+...+(\delta_1+\delta_k)+\delta_2+(\delta_2+\delta_3)+(\delta_2+\delta_4)+...$$
$$...+\delta_k\geqslant 1.$$

В сумме, написанной в левой части неравенства, каждое δ_j $(j=1, ..., k)$ встречается k раз. Таким образом,

$k(\delta_1+\delta_2+...+\delta_k)\geqslant 1$, откуда $\delta_1+\delta_2+...+\delta_k\geqslant \frac{1}{k}$, что и требовалось.

Е. И. Хухро

Ф800. *Схема состоит из конденсатора емкости C, диодов D_1 и D_2 и катушек с индуктивностями L_1 и L_2, собранных, как показано на рисунке 1. Найти период колебаний напряжения на конденсаторе в этой схеме.*

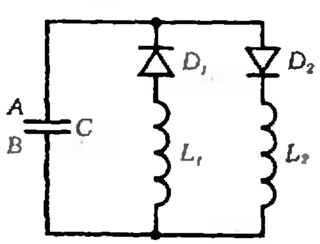


Рис. 1.

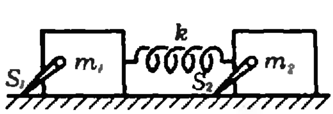


Рис. 2.

◆

Эта задача довольно сложная, и разобраться в ней нам поможет аналогия с механическими колебаниями.

Нужная нам механическая система изображена на рисунке 2. Это два бруска с массами m_1 и m_2, лежащие на гладкой горизонтальной плоскости и соединенные пружиной с жесткостью k. Каждый из брусков снабжен стопором, позволяющим ему свободно двигаться вправо, но не допускающим движения влево. Координаты брусков в начальный момент обозначим x_1 и x_2', где $x_2'=l+x_2$, l — длина нерастянутой пружины.

Установим соответствие электрических и механических величин в наших колебательных системах.

Пусть положительному заряду Q на пластине A конденсатора соответствует растяжение пружины на длину x. Изменение x возможно за счет смещения каждого из брусков: $x=x_2-x_1$; скорость удлинения пружины определяется разностью скоростей брусков: $\Delta x/\Delta t=v_2-v_1$. Аналогичным образом скорость изменения заряда Q определяется разностью токов, протекающих по катушкам: $\Delta Q/\Delta t=I_2-I_1$. Стопоры S_1 и S_2 допускают скорости лишь одного знака: $v_1>0$, $v_2>0$; аналогично диоды D_1 и D_2 пропускают токи лишь в одном направлении. Энергия конденсатора $Q^2/2C$ соответствует потенциальная энергия пружины $kx^2/2$ (а величине $1/C$, обратной емкости, — жесткость пружины k). Кинетические энергии брусков $m_1v_1^2/2$ и $m_2v_2^2/2$ соответствуют энергиям магнитных полей в катушках $L_1I_1^2/2$ и $L_2I_2^2/2$.

Как будет двигаться механическая система, если толкнуть вправо или сместить один или оба бруска? Если бы не стопоры, то движение свелось бы к наложению (суперпозиции) поступательного движения с постоянной скоростью V и колебаний:

$$v_1=V+v_{10}\cos(\omega t+\varphi),\quad v_2=V-v_{20}\cos(\omega t+\varphi). \qquad (*)$$

В некоторый момент какая-либо из скоростей, v_1 или v_2, обращается в нуль; затем, как следует из (*), эта скорость должна была бы стать отрицательной. В этот момент в игру вступает соответствующий стопор, и один из брусков останавливается. Движение продолжает лишь другой брусок. При этом система в целом получает дополнительный импульс, направленный вправо, и скорость V возрастает. Уже через несколько включений стопоров скорость V возрастает (а скорости v_{10} и v_{20} убывают) настолько, что становится $V>v_{10}$, $V>v_{20}$. После этого скорости v_1 и v_2 все время остаются больше нуля, и движение происходит так, будто стопоров вообще нет.

Чтобы найти частоту ω, рассмотрим движение в системе отсчета, движущейся со скоростью V. В этой системе суммарный импульс брусков равен нулю, то есть $m_1v_{10}=m_2v_{20}$, и смещения брусков за любой промежуток времени обратно пропорциональны их массам. Отсюда следует, что та точка пружины, которая делит ее длину в отношении m_2/m_1, остается неподвижной, то есть брусок m_1 колеблется фактически на пружине с жесткостью

$$k_1=k\frac{m_1+m_2}{m_2}.$$

Частота колебаний этого бруска —

$$\omega=\sqrt{\frac{k_1}{m_1}}=\sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1m_2}}.$$

Для электрической цепи все обстоит аналогично: после одной-двух задержек диодами «обратного» тока по контуру, состоящему из катушек, пойдет постоянный ток, на фоне которого будут происходить колебания с частотой

$$\omega=\sqrt{\frac{L_1+L_2}{CL_1L_2}}.$$

Зная, что в результате появления тока в контуре L_1-L_2 диоды «закорачиваются», можем рассчитать частоту колебаний и несколько иначе. Две катушки включены в цепь параллельно друг другу, и их индуктивности можно сложить так же, как складываются при параллельном соединении сопротивления:

$$\frac{1}{L}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}\Rightarrow L=\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}.$$

Это приводит к значению частоты

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}=\sqrt{\frac{1}{C}\frac{L_1+L_2}{L_1L_2}}.$$

(Заметим, что в других случаях придумать механическую систему, аналогичную электрической цепи, может оказаться гораздо труднее.)

Г. Л. Коткин, Г. В. Меледин

Ф833. *На ленту транспортера, ползущую со скоростью $v_0=1$ м/с, сбоку сталкивают коробку. Скорость коробки сразу после попадания на ленту равна $u_0=2$ м/с и перпендикулярна скорости ленты. Какую минимальную скорость относительно Земли будет иметь коробка во время движения? Сила трения достаточно велика, так что коробка не соскальзывает с ленты.*

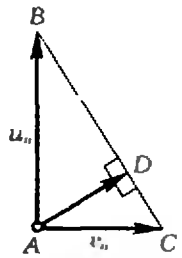
◆

Изменение скорости движения коробки (до тех пор, пока она не приобретет скорость ленты) определяется силой трения скольжения.

Рассмотрим движение коробки в системе отсчета, связанной с лентой транспортера. Поскольку лента движется с постоянной скоростью (то есть выбранная нами система инерциальная), силы, действующие в системе на коробку, такие же, как в неподвижной системе, связанной с Землей.

Нетрудно понять, что относительно транспортера коробка будет двигаться прямолинейно равнозамедленно. Сила трения, оставаясь постоянной по величине, будет направлена вдоль вектора скорости коробки относительно транспортера.

Для определения минимальной скорости коробки относительно Земли будем откладывать векторы скорости в различные моменты времени из точки A (см. рисунок). Вектор $\overrightarrow{AB}$ — скорость коробки в начальный момент времени, то есть $|\overrightarrow{AB}|=u_0$; вектор $\overrightarrow{AC}$ — скорость коробки



относительно Земли, когда коробка уже не движется относительно транспортера, то есть $|\vec{AC}| = v_0$. За время проскальзывания коробки по ленте транспортера вектор ее скорости относительно Земли опишет отрезок BC. Минимальным значение этой скорости будет тогда, когда она будет направлена вдоль перпендикуляра к отрезку BC. Следовательно (см. рисунок),

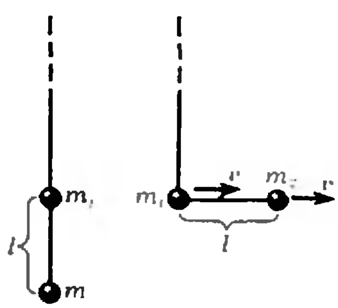
$$u_{min} = |\vec{AD}| = \frac{u_0 v_0}{\sqrt{u_0^2 + v_0^2}} \approx 0{,}9 \text{ м/с}.$$

С. С. Кротов

◆

Ф834. *На очень длинной невесомой нити подвешен к потолку шарик массы $m_1 = 0{,}1$ кг, к нему прикреплен на нити длины $l = 0{,}2$ м шарик массы $m_2 = 0{,}05$ кг. Нижнему шарику толчком сообщают скорость v_0 в горизонтальном направлении. При какой величине v_0 шарики могут оказаться на одной высоте?*

При очень длинной верхней нити можно считать, что верхний шарик движется по горизонтальной прямой. В тот момент, когда шарики окажутся на одной и той же высоте, то есть нижняя нить займет горизонтальное положение (см. рисунок), горизонтальная проекция скорости второго шарика будет равна скорости первого шарика. Это следует из нерастяжимости соединяющей их нити. Чтобы найти минимальное значение скорости v_0, при которой шарики окажутся на одной высоте, нужно считать, что в этот момент вертикальная проекция скорости второго шарика равна нулю (то есть скорости v обоих шариков равны и направлены горизонтально).



Все действующие на систему внешние силы (натяжение верхней нити и силы тяжести) направлены по вертикали. Поэтому горизонтальная проекция полного импульса системы сохраняется:

$$m_2 v_{0\,min} = (m_1 + m_2) v.$$

Отсюда

$$v = v_{0\,min} \frac{m_2}{(m_1 + m_2)}.$$

Согласно закону сохранения механической энергии,

$$\frac{1}{2} m_2 v_{0\,min}^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 + m_2 g l.$$

Подставляя в это уравнение найденное выражение для v, находим

$$v_{0\,min} = \sqrt{2gl\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}.$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$v_{0\,min} = \sqrt{3gl} \approx 2{,}4 \text{ м/с}.$$

В предельном случае $m_2 \ll m_1$ верхний шарик остается неподвижным, и, чтобы нижний шарик поднялся на высоту l, ему нужно сообщить скорость $v_0 = \sqrt{2gl}$.

Е. И. Бутиков

◆

Ф835. *В стакан с водой опустили нагреватель и сняли зависимость температуры воды от времени (таблица 1). 1) На сколько градусов остынет вода за 1 мин, если нагреватель отключить от сети при температуре $t_1 = 50$°С? 2) Закипит ли вода, если нагреватель не выключать достаточно долго? Мощность нагревателя считать неизменной.*

Будем считать, что мощность, которую нагреватель отдает воде, не меняется, а температура воды увеличивается неравномерно за счет увеличения теплоотдачи с ростом температуры. Чтобы учесть влияние теплоотдачи, проследим, как меняется приращение Δt температуры за 1 минуту работы нагревателя в зависимости от температуры воды (температуру будем брать среднюю между значениями ее в начале и в конце каждой минуты). Соответствующие данные приведены в таблице 2. Построим по этим данным график зависимости $\Delta t(t)$. Как видно из графика (см. рисунок), все точки хорошо ложатся на прямую, пересекающую ось температур в точке $t_{кр} = 85$°С. Ясно, что если даже закон теплоотдачи не изменится (а с ростом температуры испарение должно увеличиться, что увеличит теплоотдачу), вода

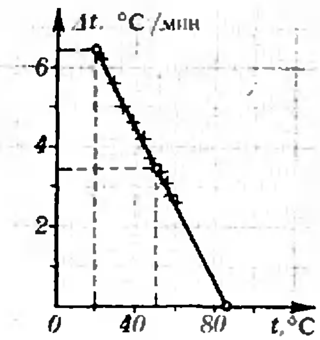


Таблица 1.

Время, мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура, °C	20	26,2	31,8	36,8	41,4	45,6	49,3	52,7	55,8	58,5	61,1

Таблица 2.

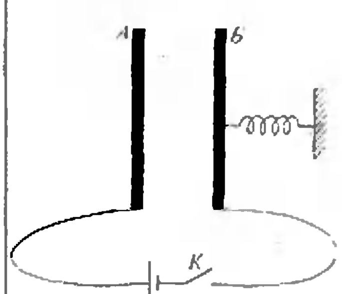
t, °C	23,1	29	34,3	39,1	43,5	47,45	51,1	54,25	57,15	58,8
Δt, град/мин	6,2	5,6	5,0	4,6	4,2	3,7	3,4	3,1	2,7	2,6

нагреется только до 85°C и, следовательно, при нормальных условиях не закипит.

Из этого же графика видно, что при температуре $t_1 = 50$°C вода за одну минуту нагрелась на 3,5 градуса, а без теплоотдачи она нагрелась бы на 6,5 градуса (температура окружающей среды 20°C). Значит, если при температуре 50°C отключить нагреватель, то за 1 мин вода остынет на 3 градуса.

А. Р. Зильберман

Ф836. *Пластина А плоского конденсатора неподвижна, пластина Б прикреплена к стене пружиной и может двигаться, оставаясь параллельной пластине А (см. рисунок). После замыкания ключа К пластина Б начала двигаться и остановилась в новом положении равновесия. При этом расстояние между пластинами уменьшилось на $\alpha_1 = 10\%$. На сколько изменилось бы равновесное расстояние между пластинами, если бы ключ К замкнули на короткое время? Предполагается, что за это время пластина Б не успевает заметно сдвинуться.*



Когда ключ K замкнут, напряжение на конденсаторе поддерживается постоянным и равным ЭДС $\mathcal{E}$ источника. Пусть начальное расстояние между пластинами конденсатора (когда пружина не растянута) равно d, а смещение пластины $Б$ при достижении нового положения равновесия равно $x_1 = \alpha_1 d = 0{,}1d$. Заряд на конденсаторе при этом будет

$$Q_1 = C_1\mathcal{E} = \frac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}}{(d-x_1)},$$

где S — площадь пластин конденсатора. Напряженность поля в конденсаторе $E_1 = \mathcal{E}/(d-x_1)$. Это поле создается двумя пластинами, так что поле, создаваемое одной пластиной, имеет напряженность $E_1/2$. В соответствии с этим для сил, действующих на пластину $Б$, можем записать

$$\frac{E_1Q_1}{2} = \frac{\varepsilon_0 S\,\mathcal{E}^2}{2(d-x_1)^2} = kx_1 \qquad (1)$$

(k — жесткость пружины).

Рассмотрим теперь ситуацию, когда ключ K замыкают на короткое время. Конденсатор при этом получает заряд

$$Q_2 = \varepsilon_0 S\,\mathcal{E}/d$$

(пластины не успели сдвинуться с места), который в дальнейшем остается постоянным. Пусть в новом положении равновесия смещение пластины $Б$ равно x_2. Тогда напряженность поля в конденсаторе будет $E_2 = Q_2/C_2(d-x_2)$, где $C_2 = \varepsilon_0 S/(d-x_2)$. Условие равновесия пластины $Б$ запишется в виде

$$\frac{E_2Q_2}{2} = \frac{Q_2^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}^2}{2d^2} = kx_2. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) находим x_2:

$$x_2 = x_1\left(\frac{d-x_1}{d}\right)^2 = 0{,}081d,$$

то есть расстояние между пластинами конденсатора уменьшится на $\alpha_2 = 8{,}1\%$.

А. И. Буздин

Список читателей, приславших правильные решения

Большинство читателей, приславших решения задач М791—М805 и Ф803—Ф817, справились с задачами М791, М794, М796 и Ф803, Ф804, Ф809, Ф813, Ф816. Ниже мы публикуем фамилии тех, кто прислал правильные решения остальных задач (цифры после фамилий — последние цифры номеров решенных задач).

Математика

Р. Алексеев (Ленинград) 92; *Я. Алиев* (с. Малибекли Аз. ССР) 99; *В. Апальков* (Харьков) 92; *И. Аргатов* (Павлодар) 92; *А. Артюх* (Чернигов) 03; *А. Архипов* (Москва) 92; *А. Астрелин* (Новосибирск) 92, 93, 95, 97, 99—05; *Я. Бабкин* (Петрозаводск) 92, 97, 01, 03; *Л. Байрак* (Белгород) 95, 99, 01, 05; *А. Барабаш* (Киев) 92, 97, 99, 01; *В. Барзыкин* (п. Черноголовка Московской обл.) 92, 01—04; *Ю. Баркаган* (Пенза) 98; *А. Барчунов* (Алма-Ата) 95; *В. Белов* (Новосибирск) 95; *И. Беркин* (Донецк) 01, 03, 04; *А. Биргер* (Иваново) 92, 97, 99, 01—04; *А. Блувштейн* (Ворошиловград) 03; *А. Богатырев* (Ленинград) 92; *А. Богачев* (Хабаровск) 03; *А. Вайнштейн* (Москва) 92, 93, 95; *А. Ванин* (Днепропетровск) 92; *А. Ведерников* (Ленинград) 92, 93, 95; *С. Велесько* (Минск) 92, 03; *А. Верницкий* (Свердловск) 92, 95; *Л. Вертгейм* (Новосибирск) 99, 03; *И. Вехтер* (Кишинев) 92; *И. Волков* (Минск) 01; *В. Волокитин* (Москва) 95; *К. Гаджиев* (с. Зод Арм. ССР) 92; *А. Гаджимагомедов* (с. Новый Фриг Даг. АССР) 92, 95; *В. Гайдук* (Ленинград) 97; *М. Гараев* (Физули) 92, 95, 97—99, 01—04; *И. Гасанов* (Баку) 92, 95; *Р. Гендлер* (Ташкент) 92, 01—03; *Е. Глинская* (п. Солнцево Московской обл.) 97; *О. Голинский* (Тамбов) 99, 03; *Ю. Гончаренко* (Винница) 92; *В. Горюшкин* (Петропавловск-Камчатский) 92; *Г. Гочев* (Дубна) 92, 99, 01—03; *А. Губарев* (Фатеж) 92, 97, 99; *Д. Дарг* (Симферополь) 02; *З. Джаббаров* (Ташкент) 02—04; *З. Джафаров* (с. Тюркобе Аз. ССР) 92, 97, 99, 01—04; *А. Дулуб* (Калинковичи) 92, 95, 99, 02, 03; *Д. Ежиков* (Минск) 03; *В. Ермолаев* (Полоцк) 92; *П. Житный* (Ворошиловград) 03; *В. Журавлев* (Гайворон) 92, 99, 02, 03; *М. Зиманов* (Алма-Ата) 92; *Л. Зосин* (Киев) 92, 01; *А. Иванов* (Петрозаводск) 03; *Ю. Илясов* (Сиазань) 99; *М. Йотов* (София, НРБ) 92, 93, 01, 02, 04; *С. Каракчеев* (Севастополь) 93, 95, 02; *И. Карчевский* (Алма-Ата) 03; *П. Касинский* (Алма-Ата) 92; *А. Клишин* (Севастополь) 92, 95; *Ю. Коваль* (Киев) 03; *М. Козлов* (Москва) 02, 03; *О. Козловский* (Москва) 92, 97, 01, 03; *И. Кольтовер* (п. Черноголовка Московской обл.) 97, 03; *А. Корнилов* (Ростов-на-Дону) 92, 97; *А. Коротков* (Ленинград) 92; *С. Коршунов* (Целиноград) 95, 97, 01, 02; *А. Костюк* (Бердичев) 92, 01, 03; *Л. Котыченко* (Рудный) 95; *Ю. Кочетков* (Винница) 92; *Л. Кеэ* (Клуж-Напока, СРР) 02, 03; *А. Лазарев* (Москва) 92, 97, 01; *Г. Ландсберг* (п. Протвино Московской обл.) 01; *Ю. Левчук* (Киев) 92, 95; *А. Лобковский* (п. Черноголовка Московской обл.) 03; *А. Лукьянов* (Севастополь) 92; *К. Макарчук* (Киев) 92, 95, 97; *А. Малеванец* (Киев) 95, 97, 99, 01—04; *Б. Малешевич* (Нови Сад, СФРЮ) 93; *И. Мареньи* (Клуж-Напока, СРР) 02, 03; *О. Матвеев* (Свердловск) 92, 93, 95, 01—04; *А. Мильман* (Москва) 01—04; *С. Мисник* (Воронеж) 92, 93, 95, 97; *В. Михайлюк* (Киев) 92, 95; *Я. Михов* (Толбухин, НРБ) 92, 93, 95; *А. Молотков* (Ленинград) 97, 01, 03; *С. Набиев* (Алма-Ата) 92; *Ф. Назаров* (Ленинград) 92, 95, 97—99, 01—05; *С. Найден* (Днепропетровск) 92; *Л. Нестерова* (Свердловск) 92, 95; *В. Николаев* (Хабаровск) 03; *Т. Новикова* (Свердловск) 92, 95; *А. Носков* (Москва) 01—03; *О. Овецкая* (Донецк) 02; *Я. Оссовски* (Староград Гданьски, ПНР) 01—05; *А. Паращевин* (Ворошиловград) 03; *Н. Пахоренко* (Винница) 92, 02—04; *В. Погребняк* (Винница) 92; *Д. Подкопаев* (Винница) 92; *В. Разживин* (Тюмень) 03; *А. Расулов* (Баку) 92, 99; 01; *Н. Рыбкина* (Свердловск) 92, 95; *В. Сабиров* (Бердянск) 02; *И. Савыков* (Первоуральск) 02; *Г. Самадашвили* (Тбилиси) 01—03; *М. Самовол* (Гайворон) 99, 02, 03; *И. Святодух* (Красноармейск Донецкой обл.) 03; *А. Сергиенко* (Ленинград) 95; *В. Сикоренко* (Москва) 92, 95; *Т. Сокова* (Белорецк) 92; *С. Соколова* (Ташкент) 92; *С. Струков* (Воронеж) 92, 95, 97—99, 01—05; *В. Тартиковский* (Киев) 92, 93; *М. Тейтель* (Киев) 92, 95, 97, 99, 03; *Д. Терешин* (Саратов) 92, 97, 03, 04; *С. Токарь* (Яготин) 92, 02, 03; *Тувшинжаргал* (Улан-Батор, МНР) 02; *А. Урусов* (Мирный) 95; *Н. Федин* (Омск) 93; *Д. Федотов* (Новокузнецк) 92, 93, 97, 99, 01—04; *Е. Филенко* (Родинское) 02, 04; *М. Флямер* (п. Протвино Московской обл.) 02, 03; *Ф. Фомин* (Ленинград) 92; *Б. Фридман* (Москва) 92, 97, 01—03; *М. Холмянский* (Москва) 02, 03; *В. Хохлов* (Саратов) 03; *Д. Христов* (Сливен, НРБ) 93; *В. Хрычиков* (Севастополь) 92, 93, 95, 01—04; *С. Цонев* (София, НРБ) 01—03, 05; *С. Чернышев* (Александров) 92, 01—04; *Т. Шилова* (Москва) 03; *А. Шихкеримов* (Вольск) 92, 95, 01—03; *А. Шнирман* (Донецк) 93, 01, 03, 04; *Л. Эрдеш* (Будапешт, ВНР) 92, 93, 95, 97—05; *П. Этингоф* (Киев) 92, 93, 95, 98, 99, 01—04; *Г. Юшин* (Воронеж) 92; *А. Ярин* (Севастополь) 92, 01, 02.

Физика

А. Абанов (Красноярск) 05—07, 15, 17; *Н. Азизов* (Баку) 06, 07; *В. Апальков* (Харьков) 06—08, 15, 17; *А. Артюх* (Чернигов) 06, 08, 14; *Э. Багдасарян* (Баку) 06, 07; *Е. Базулько* (Николаев) 15; *В. Байбиков* (Новосибирск) 07, 08, 14, 15; *Л. Байрак* (Белгород) 05, 06, 17; *В. Барзыкин* (п. Черноголовка Московской обл.) 05—08, 10, 14, 15, 17; *А. Барчунов* (Алма-Ата) 05; *В. Башкиров* (Чебоксары) 08; *И. Берхим* (Донецк) 05, 07, 14, 15, 17; *Е. Беспалов* (Курган)

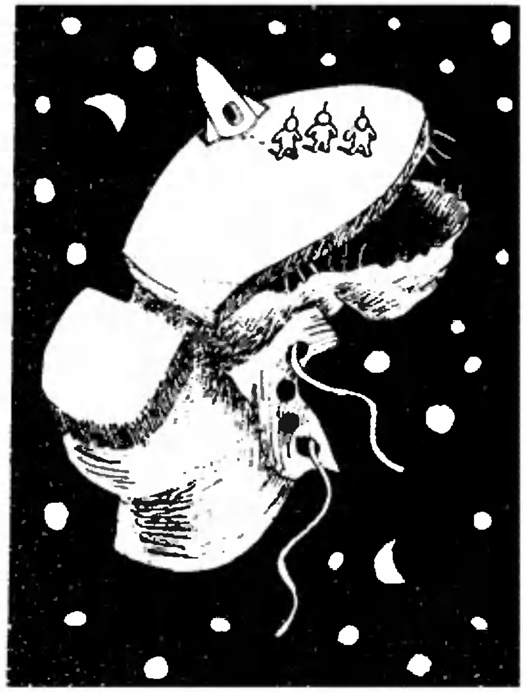
06—08, 14, 15, 17; *М. Бияк* (Краснодар) 06, 07, 17; *С. Бойко* (Винница) 07, 08, 14; *В. Бражников* (Запорожье) 05—07, 15; *А. Бураев* (Орджоникидзе) 06; *Н. Бурдейная* (Винница) 05—07; *О. Важеевский* (Москва) 06, 07; *Б. Вайсман* (Винница) 08, 14; *В. Вангелов* (Бургас, НРБ) 08, 14, 15, 17; *Д. Владимиров* (Новолукомль) 06—08, 17; *А. Выродов* (Осинники) 06—08; *О. Гаврилов* (Киев) 05—08, 17; *Б. Галицкий* (Москва) 08; *В. Глаголев* (Тула) 15; *П. Глазырин* (Воткинск) 06, 07; *О. Голинский* (Тамбов) 07, 08, 17; *Ю. Гордиенко* (Винница) 05, 08, 15; *Г. Гореликов* (Елец) 06, 07; *С. Гребенщиков* (п. Черноголовка Московской обл.) 05—07, 17; *М. Гринберг* (Красноярск) 05—08, 14, 15, 17; *И. Гришина* (Елец) 06—08; *Г. Данелия* (Тбилиси) 08; *Л. Демидова* (Винница) 05—07; *В. Дерендяев* (Березняки) 06, 07; *Г. Долгопятов* (Донецк) 05—07, 11, 14, 15, 17; *Е. Дубинин* (с. Вострецово Приморского кр.) 08; *А. Ерицян* (Ереван) 06—08; *Д. Ермошин* (Москва) 08; *О. Ефремов* (Воронеж) 05—07, 14, 15, 17; *М. Житомирский* (Харьков) 05—07; *Н. Жоков* (Александров) 05—07; *Г. Жуков* (Куйбышев) 07; *Р. Жямайтис* (Вильнюс) 05—07; *Э. Заводчиков* (Тамбов) 06—08; *А. Зайцев* (Целиноград) 06; *И. Зайцев* (Москва) 06, 07; *Д. Иванов* (Оренбург) 05—07; *Э. Иванов* (Орджоникидзе) 06, 07; *Е. Ивлева* (Свердловск) 06, 07; *М. Имас* (Донецк) 08, 14; *Б. Иричанин* (Белград, СФРЮ) 06, 07; *Л. Йосыпив* (Ивано-Франковская обл.) 06, 07; *Т. Каталози* (Кутаиси) 05—07; *Д. Каледин* (Москва) 06, 07; *И. Калиновский* (Киев) 05—08, 15, 17; *Е. Канцыпер* (Таллин) 06, 07; *В. Карасев* (Алма-Ата) 08, 14; *А. Карнаухов* (Ижевск) 05, 06; *Е. Качковская* (Винница) 06, 07; *Ю. Кившарь* (Харьков) 05—07; *А. Кириченко* (Москва) 07; *П. Кларк* (Тула) 08; *А. Клишин* (Киев) 05—07; *М. Кныш* (Краснодар) 07; *Ю. Коваль* (Киев) 17; *М. Козлов* (Москва) 08; *К. Кондратец* (Киев) 05—07; *А. Корбуш* (Свердловск) 08; *Е. Корнилова* (Ефремов) 05—07; *А. Коршак* (Киев) 08, 11, 15; *И. Коршун* (Коммунарск) 05—07; *А. Котляр* (Минск) 06; *С. Кравчук* (Киев) 07, 08, 15; *А. Краснов* (Ташкент) 06, 08; *О. Краснояров* (Грозный) 06, 07, 15, 17; *А. Кругов* (Киев) 07; *И. Крылов* (Куйбышев) 06; *С. Ксеневич* (Куйбышев) 06, 08; *В. Кудашов* (п. Вуктыл Коми АССР) 05—07; *Д. Кузнецов* (Куйбышев) 14; *Д. Кузютин* (Алма-Ата) 06, 07; *И. Куличик* (Брест) 07, 17; *Д. Купцов* (Москва) 05—07, 10, 14, 15, 17; *Н. Кухаркин* (Москва) 05—08, 15, 17; *С. Лауринавичус* (Мажейкяй) 05—07, 10, 14, 15, 17; *И. Левин* (Донецк) 05—07, 12; *К. Липников* (Ярославль) 08; *А. Лихачев* (Барнаул) 07; *И. Лорман* (Киев) 06, 07, 15; *Д. Лунц* (Саратов) 05—08, 14; *А. Люлько* (Москва) 06, 07; *Б. Мавлонов* (Хорезмская обл.) 06; *Д. Макаров* (п. Черноголовка Московской обл.) 03—17; *К. Макарчук* (Киев) 05—07, 15, 17; *И. Мамедов* (Баку) 06, 08; *А. Мамырева* (Москва) 05; *А. Маркин* (Егорьевск) 17; *Л. Маркович* (Минск) 06—08, 14, 15, 17; *О. Маров* (Канев) 06, 07, 14, 15; *А. Мартюшенко* (Днепропетровск) 06, 07, 15, 17; *С. Меднов* (Калинин) 05—07; *П. Милютин* (Хабаровск) 06—08, 15; *А. Михеев* (Кимры) 06—08; *К. Мишин* (Днепропетровск) 06, 07, 17; *П. Молодчик* (Киев) 05; *С. Молчанов* (Саратов) 05—08, 15; *К. Мосейчев* (Зеленоград) 08; *А. Найфонов* (Апатиты) 06, 08; *В. Никитин* (Одесса) 15; *С. Никоненко* (Киев) 06, 07; *А. Носков* (Москва) 14, 17; *А. Носов* (Алма-Ата) 08, 15; *К. Оспанов* (Чимкентская обл.) 08; *А. Павельев* (Фрязино) 05—07; *А. Панасенко* (Новосибирск) 08; *О. Панков* (Джанкой) 07; *Е. Пархименко* (Чернигов) 08, 14; *Д. Пастухов* (Витебск) 06, 08; *К. Первушин* (Ташкент) 08; *О. Петренко* (Кировское) 08, 14, 15; *И. Пильников* (Тамбов) 05—07, 10, 15; *М. Пирогов* (п. Менделеево Московской обл.) 05, 06, 15; *А. Погорелов* (Алма-Ата) 07, 08, 15; *В. Разживин* (Тюмень) 08; *С. Рекун* (Винница) 05—07; *И. Ремез* (Житомир) 08; *М. Романенко* (Владимир) 05—07; *С. Ростопчин* (Куйбышев) 15; *Д. Русинов* (Ленинград) 05—07, 14, 17; *О. Рыжков* (Баку) 06, 07; *В. Рязанов* (Семипалатинск) 07; *Ф. Сабуров* (Челябинск) 06, 08; *И. Саввиев* (с. Касумкент Даг.АССР) 05—07; *И. Савыков* (Первоуральск) 07, 08, 15; *А. Сидыков* (п. Черский Як. АССР) 07, 08; *Г. Самадашвили* (Тбилиси) 06—08, 14, 15; *В. Самойленко* (Находка) 08, 15; *А. Самойлович* (Донецк) 05—07, 13—15; *М. Самсонов* (Ленинград) 06, 08; *С. Сахарук* (Брест) 06, 07, 17; *В. Свинарчин* (с. Садки Тернопольской обл.) 05—07; *С. Сергеев* (Тула) 05—07; *Ф. Серженко* (Запорожье) 05—07; *К. Скляров* (Севастополь) 06, 07; *М. Скорик* (Киев) 05—07, 15; *Д. Скрипник* (п. Бетлицы Калужской обл.) 05—08; *А. Слободян* (Коломна) 15; *А. Соловьев* (Куйбышев) 06, 07, 14, 15; *А. Сорокин* (Иваново) 15; *В. Срюбас* (Алитус) 06, 07, 14, 15; *И. Табачник* (Рига) 06, 07; *А. Тенсин* (Реутово) 07; *И. Тетко* (Колыма) 06; *П. Тоннэ* (Запорожье) 05—07; *Д. Третьяков* (Винница) 05—07, 14, 15, 17; *Н. Трыков* (Липецк) 06; *Н. Федин* (Омск) 05—08, 15, 17; *Л. Фельдман* (Саратов) 05—07, 12—14, 17; *М. Флямер* (п. Протвино Московской обл.) 15; *В. Химич* (Рудный) 08; *Д. Худяков* (Первоуральск) 15; *В. Чеботарев* (Свердловск) 06, 07; *А. Черепнин* (Винница) 07, 14; *В. Черных* (Хабаровск) 06, 07; *О. Чернышев* (Тольятти) 15, 17; *О. Черп* (Минск) 08; *И. Чечеткин* (Киев) 05—07, 15, 17; *А. Чудновский* (Киев) 05—07, 15, 17; *М. Шамонин* (Кемерово) 06, 07; *И. Шендерович* (Северодвинск) 06, 08, 15; *А. Шнирман* (Донецк) 05—08, 14, 15, 17; *А. Шубин* (Москва) 08; *В. Щурук* (Ровно) 06, 07; *И. Эрхарт* (Биловец, ЧССР) 05—07; *Д. Ян* (Ереван) 08; *Г. Ящин* (п. Черноголовка Московской обл.) 06, 07, 17.

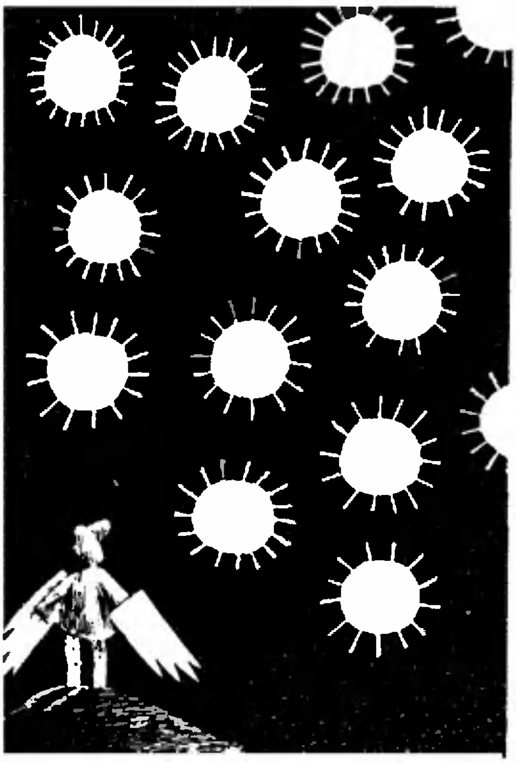
Дорогие читатели!

С 1 января 1984 года вся нестандартная и неиндексированная корреспонденция будет возвращаться отправителям. В связи с этим просим вас при отправке в редакцию писем четко указывать полный обратный адрес (с шестизначным почтовым индексом).

КВАНТ УЛЫБАЕТСЯ

Рисунки И. В. Копельницкого





XXIV Международная математическая олимпиада

Кандидат педагогических наук
А. М. АБРАМОВ,
Т. А. САРЫЧЕВА,
кандидат физико-математических наук
Ю. П. СОЛОВЬЕВ

Очередная Международная математическая олимпиада проходила во Франции.

В олимпиаде участвовали ребята из 32 стран (на предыдущей олимпиаде — из 30 стран), по 6 человек от страны (на предыдущей олимпиаде — по 4). От Советского Союза в олимпиаде выступали призеры Всесоюзных олимпиад последних лет Я. Бриталс (Рига, с. ш. № 1), В. Буриченко (Новосибирск; ФМШ № 165 при НГУ), И. Жуков и К. Кохась (оба — Ленинград, с. ш. № 239), Л. Парновский (Львов, с. ш. № 52) и А. Семенов (Москва, ФМШ № 18 при МГУ).

Париж встречал участников 4 июля. 5 июля ребята знакомились с городом — совершили увлекательную экскурсию по Сене, поднялись на Эйфелеву башню.

А затем — два дня соревнований, которые проходили в лицее Людовика Великого, имеющем славную историю — его питомцами были, например, Мольер, Вольтер, Дидро, Робеспьер, Галуа и Гюго. Лицей расположен в знаменитом студенческом районе Парижа — Латинском квартале, неподалеку от Сорбонны, Пантеона и Люксембургского сада.

За три дня до начала олимпиады жюри (председатель — проф. Р. Узель) собралось для отбора задач. На основе материалов, полученных из стран-участниц, специальная комиссия (председатель — Р. Дуано) подготовила для обсуждения 24 задачи. Жюри выбрало из них шесть задач. Основные требования, которыми оно при этом руководствовалось: задачи должны охватывать различные разделы математики и быть оригинальными, в каждый из двух дней соревнований предлагается по одной легкой, одной трудной задаче и одной задаче средней трудности.

Для первого дня жюри отобрало предложенную Великобританией задачу

Найти все такие функции f, определенные на множестве $\mathbf{R}_+$ положительных действительных чисел и принимающие значения в $\mathbf{R}_+$, для которых выполнены следующие условия:

1) $f(x\cdot f(y))=y\cdot f(x)$ *при любых* $x,y\in\mathbf{R}_+$;

2) $f(x)\to 0$ *при* $x\to+\infty$

(ее решение см. на с. 59) и предложенные, соответственно, Советским Союзом и ФРГ задачи М836, М837 (с. 35). Во второй день были предложены задачи М838 (Бельгия), М839 (Польша) и М840 (США).

Чтобы члены жюри могли точнее оценить трудность задач, впервые в истории олимпиад им было выделено время для самостоятельного решения. Любопытно отметить, что задачу М840 не смог решить ни один член жюри.

В каждый из двух дней соревнований на работу отводилось по 4,5 часа (в первые 30 минут участники имели право обращаться к жюри с вопросами по формулировкам). Полное решение каждой из предложенных задач оценивалось 7 баллами.

9 июля, после проверки работ и координации оценок, стали известны итоги олимпиады.

Из 186 участников (Испания прислала только четырех человек, из Люксембурга приехали двое) 9 человек, набравших от 38 до 42 баллов,

Советские участники (слева направо: Л. Парновский, К. Кохась, И. Жуков, А. Семенов, В. Буриченко и Я. Бриталс) на площади перед Собором парижской богоматери

были награждены первыми премиями и золотыми медалями, 27 человек, набравших от 26 до 37 баллов, получили вторые премии и серебряные медали, 57 участникам, набравшим от 15 до 25 баллов, были вручены третьи премии и бронзовые медали.

Из советских участников лучшего результата (42 из 42 возможных) добился Л. Парновский, завоевавший золотую медаль. (Абсолютными победителями олимпиады стали также школьники из ФРГ Ф. Вагнер, Б. Лееб и М. Штоль.) Серебряными медалями награждены И. Жуков (28 баллов), В. Буриченко (27) и Я. Бриталс (26). Бронзовые медали получили А. Семенов (25 баллов) и К. Кохась (21).

В неофициальном командном зачете наибольшего успеха добились школьники ФРГ (212 баллов). Затем идут школьники США (171 балл), Венгрии (170), СССР (169), Румынии (161) и Вьетнама (148).

Надо признать, что советская команда выступила ниже своих возможностей. Одна из наиболее существенных причин относительной неудачи — недостаточная геометрическая культура (отсюда большие потери по задачам М836 (17 баллов) и М840 (32 балла)). Кроме того, при принятой на олимпиаде системе оценок необходимо было возможно четче оформлять решения и избегать малейших неточностей. К сожалению, не всегда решения наших ребят удовлетворяли этим требованиям. Олимпиада показала, наконец, как важно отдохнуть перед соревнованиями, настроиться на работу.

Закрытие олимпиады происходило 11 июля в Большом амфитеатре Сорбонны.

Организаторы олимпиады (президент оргкомитета — К. Дешамп) подготовили интереснейшую культурную программу. В памяти участников надолго останутся Версальский дворец, Лувр и другие музеи Парижа, парижские улицы, бульвары и парки. Запомнятся дружеские встречи со сверстниками из других стран.

XXV, юбилейная олимпиада состоится в июле будущего года в Чехословакии.

XIV Международная физическая олимпиада

Доктор физико-математических наук
С. М. КОЗЕЛ

С 5 по 14 июля этого года в столице Социалистической Республики Румынии городе Бухаресте проходила XIV Международная физическая олимпиада школьников. В олимпиаде приняли участие 16 стран: Австрия, Болгария, Венгрия, Вьетнам, ГДР, Голландия, Куба, Польша, Румыния, СССР, Финляндия, Франция, ФРГ, Чехословакия, Швеция, Югославия.

Команда каждой страны состояла из пяти участников — учащихся и выпускников общеобразовательных и профессиональных школ — и двух руководителей. Возраст участников не превышал 20 лет.

Команду СССР представляли призеры Всесоюзной олимпиады:

Антон Алексеев — ученик 10 класса с. ш. № 239 г. Ленинграда,

Валдис Бирзвалкс — выпускник с. ш. № 1 г. Риги,

Андрей Гниловской — выпускник с. ш. № 239 г. Ленинграда,

Михаил Дьячков — выпускник с. ш. № 82 п. Черноголовка Московской обл.,

Владимир Молчанов — выпускник школы-интерната при Киевском государственном университете.

Руководителями команды были заведующий лабораторией Научно-исследовательского института содержания и методов обучения Академии педагогических наук СССР О. Ф. Кабардин и старший научный сотрудник того же института В. А. Орлов.

По традиции организацией и проведением олимпиады занимались хозяева — румынские физики. Из их числа была сформирована Рабочая группа олимпиады. В ее задачу входила подготовка заданий для теоретического и экспериментального туров олимпиады и предварительная проверка работ участников. Все результаты утверждались Международной комиссией под председательством декана физического факультета Бухарестского университета профессора Константина Плевицу. В состав комиссии входили представители всех стран-участниц.

Олимпиада была организована очень хорошо. Все участники жили в благоустроенном студенческом комплексе. Они имели возможность не только творчески трудиться, но и отдохнуть. В дни отдыха между теоретическим и экспериментальным турами была организована экскурсия в курортный город Снагов. После экспериментального тура участники три дня отдыхали в Международном молодежном лагере Костинешти на берегу Черного моря. Гости ознакомились также с работой ряда научных учреждений Национального физического центра и посетили лаборатории одного из физико-математических лицеев Бухареста.

На олимпиаде участникам были предложены следующие задачи:

Теоретический тур

З а д а ч а 1 (8 баллов)

Частица движется вдоль положительной полуоси OX под действием силы, проекция F_x которой на ось X представлена на рисунке 1 ($F_z = F_y = 0$). Одновременно на частицу действует сила трения, модуль которой $F_{тр} = 1{,}0$ Н. В начале координат установлена идеально отражающая стенка, перпендикулярная оси X. Частица стартует из точки с координатой $x_0 = 1{,}0$ м с кинетической энергией $E_к = 10{,}0$ Дж.

1) Определите длину пути, пройденного частицей до ее полной остановки (3 балла).

2) Представьте графически зависимость

потенциальной энергии частицы в поле силы F_x от координаты x (2 балла).

3) Постройте качественный график зависимости проекции скорости v_x частицы от координаты x (3 балла).

Задача 2 (8 баллов)

Цепь переменного тока (рис. 2) состоит из двух идеальных катушек с индуктивностями $L_1=10$ мГн и $L_2=20$ мГн, двух конденсаторов с емкостями $C_1=10$ нФ и $C_2=5$ нФ и резистора с сопротивлением $R=100$ кОм. При замкнутой цепи (ключ K в положении I) амплитуда переменного тока остается постоянной при изменении частоты генератора синусоидального напряжения (генератор тока с постоянной амплитудой).

Определите:

1) отношение частоты $\nu_м$, при которой активная мощность, выделяемая в цепи, максимальна, к разности частот $\Delta\nu=\nu_+-\nu_-$, где ν_+ и ν_- — частоты, при которых активная мощность равна половине максимальной мощности $P_м$ (3 балла).

Цепь размыкается. Известно, что в некоторый момент времени t_0 после размыкания цепи сила тока в катушках имеет значения: $i_{01}=0{,}1$ А и $i_{02}=0{,}2$ А (на рисунке 2 показаны направления токов), а напряжение на конденсаторе C_1 равно $U_0=40$ В.

Определите:

2) частоту свободных электромагнитных колебаний в цепи $L_1C_1C_2L_2$ (2 балла);

3) силу тока на участке AB (1,5 балла);

4) амплитуду колебаний тока в катушке с индуктивностью L_1 (1,5 балла).

Примечание. Взаимной индукцией катушек пренебречь.

Задача 3 (7 баллов)

Две призмы с преломляющими углами $A_1=60°$ и $A_2=30°$ склеены так, как показано на рисунке 3 ($\widehat{DCB}=90°$). Показатели преломления призм выражаются соотношениями

$$n_1=a_1+\frac{b_1}{\lambda^2},\quad n_2=a_2+\frac{b_2}{\lambda_2},$$

где $a_1=1{,}1$; $b_1=10^5$ нм^2; $a_2=1{,}3$; $b_2=5\cdot10^4$ нм^2.

1) Определите длину волны λ_0 падающего на систему призм излучения, если волна распространяется без преломления на границе

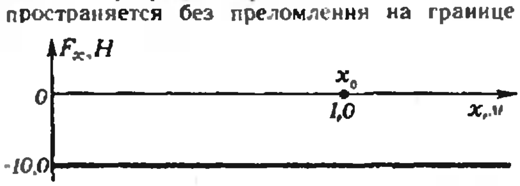


Рис. 1.

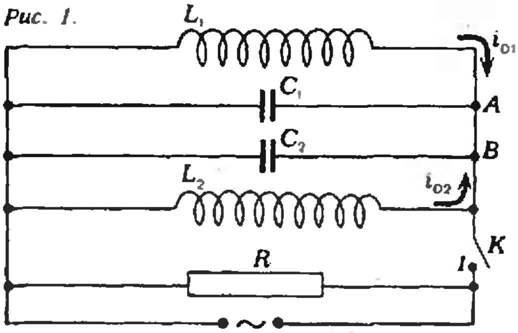


Рис. 2.

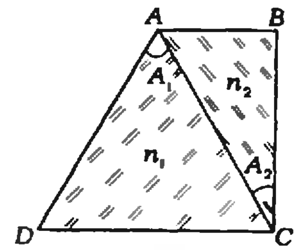


Рис. 3.

AC при любом угле падения ее на грань AD; определите также значения показателей преломления n_1 и n_2 для этой длины волны (1 балл).

2) Нарисуйте ход лучей в системе призм для трех различных длин волн ($\lambda_{кр}>\lambda_0$, λ_0, $\lambda_ф<\lambda_0$), если угол падения на грань AD для всех трех волн одинаков (2 балла).

3) Определите угол наименьшего отклонения в системе призм для излучения с длиной волны λ_0 (2 балла).

4) Определите длину волны излучения, падающего на систему призм параллельно основанию DC и выходящего из нее также параллельно этому основанию (2 балла).

Задача 4 (7 баллов)

Фотон с длиной волны λ_i рассеялся на движущемся свободном электроне. В результате электрон остановился, а фотон с длиной волны λ_0 отклонился от направления движения первоначального фотона на угол $\Theta=60°$. Рассеянный фотон испытал новое рассеяние на другом, неподвижном свободном электроне. В результате последнего рассеяния фотон с длиной волны $\lambda_f=1{,}25\cdot10^{-10}$ м отклонился от направления движения фотона с длиной волны λ_0 снова на угол $\Theta=60°$.

Определите длину волны де Бройля электрона, взаимодействовавшего с исходным фотоном. Считаются известными следующие величины: $h=6{,}6\cdot10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка, $m=9{,}1\cdot10^{-31}$ кг — масса покоя электрона, $c=3{,}0\cdot10^8$ м/с — скорость света.

Задача 5

(Это дополнительная, необязательная задача, решение которой не входит в официальный зачет, но может быть отмечено специальным призом.)

Посмотрите на олимпийскую эмблему. Объясните качественно, почему струя жидкости не отрывается от цилиндра по пунктирной линии, а обтекает цилиндр по непрерывной кривой. Этот факт связан с так называемым эффектом Коандэ, запатентованным в 1936 году во Франции румынским инженером Генри Коандэ.

Экспериментальное задание (20 баллов)

Даны: источник постоянного тока, два вольтметра и магазин сопротивлений.

1) Определите ЭДС источника тока с помощью только двух вольтметров (без магазина сопротивлений), используя минимальное число электрических схем (8 баллов).

2) Определите ЭДС источника тока, его внутреннее сопротивление и сопротивление вольтметра, используя только один вольтметр и магазин сопротивлений. С этой целью желательно построить по экспериментальным данным два графика, соответствующих теоретическим линейным уравнениям, и с их помощью определить искомые величины (10 баллов).

3) Укажите источники погрешностей измерений. Какие из них больше влияют на окончательные результаты (2 балла)?

Команды всех стран готовились к олимпиаде по программе международных олимпиад, которая, как видно из приведенных задач, в ряде случаев требует от участников знаний, выходящих за пределы школьной программы СССР (и некоторых других стран-участниц).

Как выяснилось, предложенные задачи оказались для участников довольно трудными. Первую задачу теоретического тура полностью решили лишь 8 участников (из них 2 из команды СССР). Максимальное количество баллов по второй задаче (7 из 8) получили только 4 участника (3 из СССР). Полностью с третьей задачей справился всего 1 участник (из СССР). Четвертую задачу решили 6 участников (1 из СССР). С дополнительной задачей теоретического тура справились 3 участника. Максимальный балл (19,5) за эксперимент получили 3 участника (1 из СССР).

Следует отметить, что в отличие от предыдущих международных олимпиад в Бухаресте участникам не разрешили использовать калькуляторы на теоретическом туре. Это, разумеется, сильно затруднило выполнение числовых расчетов. Международная комиссия на своем заключительном заседании приняла решение впредь допускать использование калькуляторов.

После окончания обоих туров руководители команд и участники получили ксерокопии всех работ, а также официальные решения и предлагаемые критерии оценок. Поэтому руководители вместе с ребятами сами могли проверить все работы и убедиться в правильности оценок жюри.

Максимальное число баллов — 43,75 — получил болгарский школьник Иван Иванов. Дипломы первой степени были присуждены 7 участникам, набравшим более 90% баллов от наилучшего результата. Были присуждены также 9 дипломов второй степени (не менее 78% баллов от наилучшего результата) и 15 дипломов третьей степени (не менее 65% баллов от наилучшего результата).

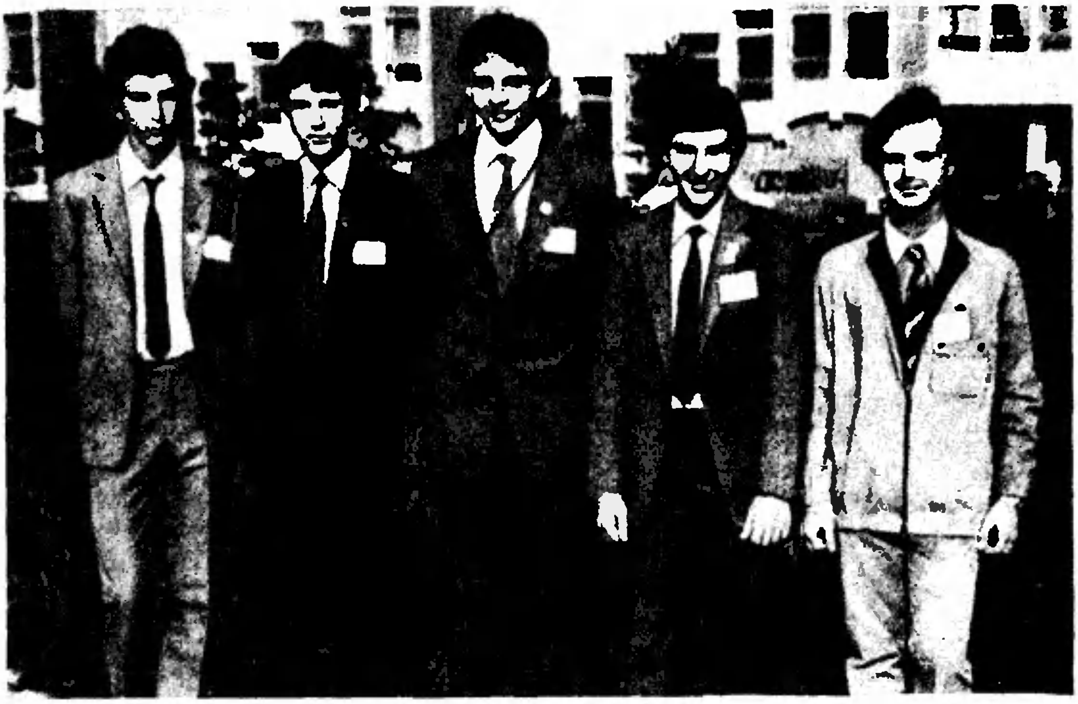
Команда Советского Союза выступила весьма успешно. Наши ребята получили 3 первых премии (А. Алексеев, А. Гниловской и В. Молчанов), 1 вторую премию (М. Дьячков) и 1 третью (В. Бирзвалкс). Таким образом, все участники нашей команды оказались в числе призеров олимпиады.

В неофициальном командном первенстве наша команда заняла первое место (191,75 балла). Высокий результат показала также команда Румынии (186,25 балла), занявшая второе место. Далее следуют команды ФРГ (153,00), Чехословакии (147,00), Венгрии (144,25), Польши (133,50), Болгарии (131,75), Вьетнама (114,25), Франции (111,75), ГДР (110,25), Югославии (101,75), Финляндии (90,75), Голландии (89,50), Швеции (88,50), Австрии (76,00) и Кубы (36,25).

16 участников олимпиады были награждены специальными призами за лучшее решение задач теоретического и экспериментального туров. Среди них А. Алексеев (задача 4), А. Гниловской (задача 1), М. Дьячков (задачи 1 и 3) и В. Молчанов (экспериментальное задание); 3 участника (2 из команды Румынии и 1 из команды Польши) получили специальные призы за решение дополнительной, необязательной задачи.

На закрытии XIV Международной физической олимпиады, которое состоялось в актовом зале физического факультета Бухарестского университета, выступил заместитель министра образования и воспитания Джордже Чуку. Он подчеркнул, что достижения каждой нации должны быть поставлены на службу всему человечеству, на службу мира. Он говорил о том, что международные олимпиады школьников содействуют укреплению и развитию международного сотрудничества молодежи, вносят существенный вклад в дело взаимопонимания народов. Олимпийское движение служит целям популяризации науки, повышения интереса школьников к физико-математическим наукам и технике, выявлению талантливой, одаренной молодежи.

На XIV Международной физической олимпиаде, как сказал в заклю-



Команда Советского Союза на XIV Международной физической олимпиаде. Слева направо: В. Бирзвалкс, М. Дьячков, А. Гниловской, В. Молчанов, А. Алексеев.

чение Джордже Чуку, есть победители, но нет побежденных. Важна не только победа в олимпиаде, но и само участие в ней. Каждый участник олимпиады прошел нелегкий путь и продемонстрировал свою преданность физике и способность творчески применять ее законы. Это большое достижение.

Затем председатель Международной комиссии профессор Константин Плевицу зачитал официальное решение комиссии об итогах олимпиады, и состоялась церемония награждения победителей дипломами и призами.

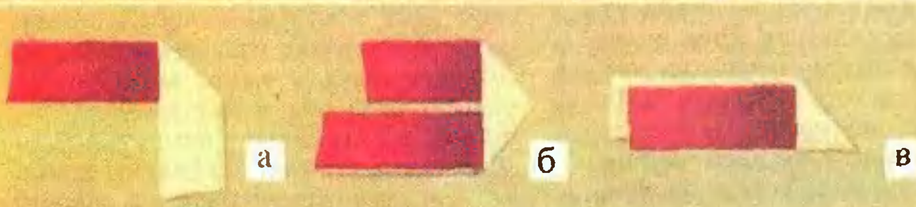
В заключение слово было предоставлено руководителю шведской делегации профессору Ларсу Сильвербергу, который передал официальное приглашение провести XV Международную физическую олимпиаду школьников в Швеции в конце июня 1984 года.

На олимпиаде в Бухаресте присутствовали представители трех молодежных физико-математических журналов: югославского журнала «Молодой физик», венгерского «Среднешкольного математического журнала» (в этом журнале есть и физический раздел) и «Кванта». В ходе олимпиады между ними неоднократно происходил обмен мнениями по различным вопросам: о работе с одаренной молодежью, о национальных физических олимпиадах, о роли молодежных журналов и т. п. В беседах принимали участие руководители делегаций ряда социалистических стран. Отрадно отметить, что участники бесед дали высокую оценку журналу «Квант», который хорошо известен за рубежом. Опыт «Кванта» широко используется молодежными физико-математическими журналами в других странах.

В заключение от имени всей советской делегации хочется поблагодарить румынский оргкомитет олимпиады за теплый, дружественный прием.

Хочется также пожелать успехов всем читателям «Кванта» в предстоящих олимпийских сражениях.

Эта серия рисунков показывает, как можно изготовить красивые бумажные звездочки, приведенные на обложке «Кванта» № 5 за этот год. Для этого вам потребуется по четыре бумажные полоски 1×30 см для каждой звездочки и... немного терпения. Полоски желательно взять двухцветные (например, как здесь: красные — с одной стороны, белые — с другой). Сложив каждую из четырех полосок пополам, зацепите их так, как показано на рисунке 1. Затем последовательно заплетите их, следуя рисункам 2—8. Изготовление «белых уголков» (рис. 3) показано отдельно внизу (рисунки а — в). Имейте в виду, что на картинках для экономии места длинные свободные концы полосок, образующиеся на первых шагах, срезаны. Концовка сплетения звездочки довольно хитроумна. Желаем удачи!



ФМШ при университетах — 20 лет

«при Университете необходимо должна быть гимназия, без которой Университет как пашня без семени»
М. В. Ломоносов

В 1963 году при Московском, Ленинградском, Киевском и Новосибирском университетах были созданы специализированные физико-математические школы-интернаты.

Инициаторами создания этих школ были выдающиеся ученые академики А. Д. Александров, П. С. Александров, С. Т. Беляев, В. М. Глушков, А. Н. Колмогоров, И. К. Кикоин, М. А. Лаврентьев, И. Г. Петровский, члены-корреспонденты АН СССР А. А. Ляпунов, Д. К. Фаддеев, Д. В. Ширков и другие.

Эксперимент оказался удачным. Вот уже двадцать лет эти школы дают хорошее пополнение научных кадров нашей страны.

Вслед за четырьмя первыми ФМШ были открыты аналогичные школы в Ереване, Тбилиси, Алма-Ате и других городах.

Среди выпускников ФМШ несколько десятков докторов наук, сотни кандидатов наук. Многие выпускники являются студентами и аспирантами крупнейших вузов страны и уже на студенческой скамье выполняют свои первые научные работы.

А. Н. Колмогоров писал: «Задача этих школ состоит в том, чтобы подросткам, живущим вдалеке от больших научных центров, предоставить те же возможности, что и ученикам лучших школ Москвы и других университетских городов, поэтому, например, в ФМШ при МГУ не принимаются школьники из Москвы и других университетских городов.»

Поступить в ФМШ нелегко. У каждой из них свои традиции проведения приема, однако общее одно — необходимо проявить настоящий живой интерес к науке, умение мыслить нестандартно.

Как правило, отбор кандидатов начинается на областных и республиканских математических и физических олимпиадах. Подробнее о порядке приема можно узнать в областных отделах народного образования.

Не следует думать, что для поступления в ФМШ нужно обладать каким-то исключительным талантом. Прежде всего требуется настоящая увлеченность и готовность трудиться несколько больше, чем при обучении в обычной школе.

Обучение математике и физике в ФМШ ведется по программам, разработанным коллективами их преподавателей. И хотя эти программы шире и глубже программ массовой школы, они не дублируют вузовских курсов. Цель обучения в ФМШ, говорил академик М. А. Лаврентьев, «научить думать, изобретать, ставить опыты, научить напрягать все силы для решения трудной задачи».

Интересы учеников не замыкаются на одну математику или физику. Школьники ходят в туристические походы, занимаются спортом. Так, ученики Московского интерната расшифровали аббревиатуру ФМШ как «футбольно-математическая школа». Футбольные, волейбольные и баскетбольные матчи между командами учеников и преподавателей — давнишняя традиция ФМШ.

В гостях у «фымышат» бывают крупнейшие ученые нашей страны, писатели, артисты, художники. Словом, коллективы школ делают все для того, чтобы жизнь школы была полноценной, чтобы школа стала настоящим домом для своего воспитанника.

Наш журнал поздравляет коллективы школ-юбиляров, всех выпускников, учеников и преподавателей этих школ и желает им всем счастья и больших творческих успехов. Доброго вам пути, «фымышата»!

Заочная физико-техническая школа при МФТИ

Заочная физико-техническая школа (ЗФТШ) при Московском ордена Трудового Красного Знамени физико-техническом институте (МФТИ) проводит набор учащихся восьмилетних и средних школ, расположенных на территории РСФСР, в 8, 9 и 10 классы на 1984/85 учебный год.

Цель этой школы — помочь ученикам в самостоятельных занятиях по углублению своих знаний по физике и математике. Вот почему при приеме в ЗФТШ предпочтение отдается учащимся, проживающим в сельской местности и рабочих поселках, где такая помощь особенно необходима.

Обучение в школе бесплатное.

ЗФТШ дает хорошие дополнительные знания по физике и математике своим выпускникам, многие из которых поступают в ведущие вузы нашей страны.

Кроме отдельных учащихся, в ЗФТШ принимаются физико-технические кружки, которые могут быть организованы на месте по инициативе двух преподавателей — физики и математики. Руководители кружка набирают и зачисляют в них учащихся, успешно выполнивших вступительное задание ЗФТШ. Кружок принимается в ЗФТШ, если директор школы сообщит фамилии руководителей кружка и поименный список членов кружка по классам (с указанием итоговых оценок за вступительное задание). Все материалы по организации кружка следует выслать в адрес ЗФТШ *до 25 мая*.

Учащиеся, принятые в ЗФТШ, и руководители физико-технических кружков будут получать задания по физике и математике в соответствии с программой ЗФТШ, а также рекомендуемые ЗФТШ решения этих заданий. Задания содержат теоретический материал и разбор характерных задач и примеров по теме, а также 10—14 задач для самостоятельного решения. Это и простые задачи, и более сложные (на уровне конкурсных задач в МФТИ). Работы учащихся-заочников проверяют в ЗФТШ или ее филиалах, а членов кружка — его руководители.

С учащимися Москвы проводятся (по программе ЗФТШ) очные занятия по физике и математике два раза в неделю в вечерних консультационных пунктах (в ряде московских школ). Набор в эти группы производится или по результатам выполнения вступительного задания ЗФТШ, или по результатам очного собеседования по физике и математике (справки по телефону 408-51-45).

Вступительное задание по физике и математике каждый ученик выполняет самостоятельно на русском языке. Работу надо аккуратно переписать в одну школьную тетрадь. Порядок задач должен быть тот же, что и в задании.

Тетрадь перешлите в большом конверте простой бандеролью (только не сворачивайте в трубку). Вместе с решением обязательно вышлите справку из школы, в которой вы учитесь, с указанием класса. Справку наклейте на внутреннюю сторону тетради. Без этой справки решение рассматриваться не будет. На внешнюю сторону тетради наклейте лист бумаги, заполненный по образцу:

1. Область (край или АССР)	*Чув. АССР*
2. Фамилия, имя, отчество	*Носова Лариса Ивановна*
3. Класс	*седьмой*
4. Номер и адрес школы	*Ново-Байдеряковская восьмилетняя школа*
5. Профессия родителей и занимаемая должность	
отец	*шофер*
мать	*колхозница*
6. Подробный домашний адрес	*Чув. АССР, Яльчикский район, п/о Лащ-Таяба, д. Ново-Байдеряково.*

Внизу начертите таблицу оценок за вступительное задание:

№								
Ф.								
М.								

Для ответа на вступительное задание подпишите конверт с указанием класса и вложите его в тетрадь.

Срок отправления решения — *не позднее 1 марта 1984 года* (по почтовому штемпелю места отправления). Вступительные работы обратно не высылаются.

Зачисление в школу производится приемной комиссией Московского физико-технического института. Решение приемной комиссии будет сообщено не позднее 1 августа 1984 года.

Тетрадь с выполненным заданием (обязательно по физике и математике) присылайте по адресу: 141700, г. Долгопрудный Московской обл., Московский физико-технический институт, для ЗФТШ.

Учащиеся Архангельской, Вологодской, Калининской, Калининградской, Кировской, Ленинградской, Мурманской, Новгородской и Псковской областей, Карельской и Коми АССР высылают работы по адресу: 198904, г. Старый Петергоф, ул. 1 Мая, д. 100, ЛГУ, филиал ЗФТШ при МФТИ.

Учащиеся Амурской, Иркутской, Камчатской, Сахалинской и Читинской областей, Красноярского, Приморского и Хабаровского краев, Бурятской, Тувинской, Якутской АССР и Чукотки высылают работы по адресу: 660062, г. Красноярск, пр. Свободный, д. 79, Госуниверситет, филиал ЗФТШ при МФТИ.

Ниже приводятся вступительные задания по физике и математике. В задании по физике задачи 1—5 предназначены для учащихся седьмых классов, 4—9 — для восьмых классов, 5, 9—15 — для девятых классов. В задании по математике задачи 1—5 предназначены для учащихся седьмых классов, 4—10 — для восьмых классов, 7—13 — для девятых классов.

Вступительное задание

Физика

1. Автомобиль прошел половину пути (по шоссе) со скоростью $v_1=90$ км/ч, вторую половину (по проселочной дороге) — со скоростью $v_2=30$ км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля.

2. В цилиндрическом стакане под слоем керосина находится 10-сантиметровый слой воды. Каково давление жидкостей на дно стакана, если объем керосина вдвое больше, а плотность на 20% меньше, чем у воды?

3. При небольших подъемах в гору атмосферное давление уменьшается на 1 мм рт. ст. на каждые 12 м подъема, а температура кипения воды изменяется на 0,1°С при изменении давления на 2,7 мм рт. ст. Какой будет температура кипения на вершине горы, если там барометр показывает 706 мм рт. ст.? Какова высота горы? Давление у подножия горы считать нормальным.

4. Дно лодки-плоскодонки оклеили снаружи пластиком толщины $d=3$ см и плотности $\varrho=1,6$ г/см^3. На сколько изменилась минимальная глубина водоема, по которому лодка может пройти, не задевая дна?

5. В герметически закрытом сосуде плавает кусок льда массы $M=100$ г, в который вмерз стальной шарик массы $m=2$ г. Какое количество теплоты надо затратить, чтобы льдинка начала тонуть? Плотность стали $\varrho_c=7,8$ г/см^3, плотность льда $\varrho_л=0,9$ г/см^3. Удельная теплота плавления льда $\lambda=3,3\cdot10^5$ Дж/кг. Температура воды в сосуде 0°С.

6. Тело начинает двигаться без начальной скорости с постоянным ускорением $a=2,4$ м/с^2. Определите путь s_1, пройденный телом за первые 5 с от начала движения, и путь s_2, пройденный за следующие 5 с. С какой средней скоростью двигалось тело эти 10 с?

7. В цирковом аттракционе велосипедист, двигаясь по внутренней поверхности прозрачного шара диаметра $D=5$ м, описывает «мертвую петлю» (окружность в вертикальной плоскости). В какой точке траектории его скорость минимальна, если он движется, не работая педалями? Определите эту скорость.

8. К двум параллельно соединенным резисторам с сопротивлениями $R_1=20$ Ом и $R_2=60$ Ом подключен последовательно третий резистор с сопротивлением $R_3=35$ Ом. Вся цепь включена в сеть с напряжением $U=120$ В. Определите токи в каждом резисторе.

9. Баскетболист выполняет бросок по кольцу. В момент броска мяч находится на высоте $h=2,05$ м, а через время $t=1$ с падает в кольцо, расположенное на высоте $H=3,05$ м. С какого расстояния от кольца (по горизонтали) произведен бросок, если мяч был брошен под углом $\alpha=60°$ к горизонту? Сопротивление воздуха не учитывать.

10. Тело скользит по гладкому горизонтальному столу и налетает на торец пружины, второй конец которой прикреплен к стене. Сжав пружину на 0,4 м, тело начинает двигаться обратно. Каково сжатие пружины в тот момент, когда ее потенциальная энергия равна кинетической энергии тела? Каким было бы максимальное сжатие пружины, длина которой вдвое больше при той же плотности витков?

11. Как изменяется длина километрового стального кабеля при колебаниях температуры от −25 до +35°С? Коэффициент линейного расширения стали $\alpha=1,2\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$.

12. Два спутника обращаются по круговым орбитам вокруг Земли. Каково отношение кинетических энергий спутников, если отношение их масс $M_1/M_2=2$, а отношение радиусов орбит $R_1/R_2=\frac{1}{2}$?

13. Машинист пассажирского поезда, двигавшегося со скоростью $v_1=90$ км/ч, заметил на расстоянии $l_0=140$ м впереди движущийся в ту же сторону со скоростью $v_2=21,6$ км/ч товарный поезд. Машинист сразу включил тормоз, благодаря чему пассажирский поезд начал двигаться с ускорением $a=-1$ м/с^2. Удалось ли избежать столкновения поездов? Ответ обосновать расчетом.

14. Резиновая камера футбольного мяча, заполненная воздухом под давлением, практически равном атмосферному ($p_0=10^5$ Па), имеет радиус $r_1=10$ см. Когда эту камеру поместили в вакуум, ее радиус стал равным $r_2=20$ см. Считая, что давление, связанное с натяжением резины, линейно зависит от радиуса камеры, определите, при каком внешнем давлении камера имеет радиус $r_3=18$ см. Температура воздуха в камере постоянна.

15. Точечный заряд $+q$ расположен в центре полого металлического шара, несущего заряд $-Q$. Радиус полости R_1, внешний радиус шара R_2. Определите плотности зарядов на внутренней и внешней поверхностях шара и его потенциал. Как изменится потенциал шара, если на расстоянии $R_0>R_2$ от его центра расположить точечный заряд $+q_0$?

Математика

1. Говорят, что на вопрос о том, сколько у него учеников, древнегреческий математик Пифагор ответил так: «Половина моих учеников изучает математику, четверть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют 3 девы». Сколько учеников было у Пифагора?

2. Диагональ равнобедренной трапеции перпендикулярна боковой стороне и является биссектрисой одного из углов трапеции. В каком отношении каждая из диагоналей делится точкой их пересечения?

3. В двух ящиках вместе лежит более 27 деталей. Если бы в первом ящике лежало на 24 детали больше, то число деталей в нем больше чем в 2 раза превышало бы число деталей во втором ящике, а если бы в первом ящике было на 10 деталей меньше, то число деталей во втором ящике превышало бы число деталей в первом более чем в 9 раз. Сколько деталей лежит в каждом ящике?

4. Докажите, что число $3^{60}-2^{60}$ делится на 11.

5. В турнире, где каждые две команды встречались между собой по два раза, участвовали четыре команды. За победу в каждой встрече давалось 2 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. Команда, занявшая последнее место, набрала 5 очков. Сколько очков набрала команда, занявшая первое место?

6. Найдите корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c, если его значения в точках

$x=-1$ и $x=5$ равны, а значение в точке $x=3$ отличается от первых двух значений только знаком.

7. В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит гипотенузу в отношении 1:3. В каком отношении делит гипотенузу высота?

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2+x=y^2+y \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$$

9. Окружность касается трех сторон параллелограмма с углом α и отношением сторон 1:2. Найдите отношение расстояний от центра окружности до диагоналей параллелограмма.

10. Решите уравнение

$$\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}-\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}=4.$$

11. Окружность с центром в начале координат O проходит через точки A (4, 3) и B (−3; 4). Найдите на окружности точку M такую, чтобы вектор $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OB}$ имел наибольшую длину.

12. Решите неравенство

$$x+\sqrt{x^3+2x^2-6x}>0.$$

13. Отношение квадрата полупериметра треугольника к его площади равно $3\sqrt{3}+2\sqrt{6}$. Найдите углы треугольника, если известно, что они образуют арифметическую прогрессию.

Напечатано в 1983 году

XXIV Международная математическая олимпиада

Приводим решение задачи, сформулированной на с. 46.

Пусть сначала f — искомая функция. Положив в 1) $y=x$, получаем, что при любом $x \in \mathbf{R}_+$ число $b=x\cdot f(x)$ является неподвижной точкой функции f (то есть $f(b)=b$). Пусть a — произвольная неподвижная точка функции f. Докажем, что $a=1$. Если при $n\geqslant 2$ имеем $f(a^{n-1})=a^{n-1}$, то $f(a^n)=f(a\cdot a^{n-1})=$ $=f(a\cdot f(a^{n-1}))=a^{n-1}\cdot f(a)=a^{n-1}\cdot a=a^n$. Таким образом, все числа $a^n (n\in \mathbf{N})$ тоже являются неподвижными точками. Далее, $a=f(a)=f(1\cdot a)=f(1\cdot f(a))=a\cdot f(1)$; из $a\neq 0$ следует $f(1)=1$. Затем $a\cdot f\left(\frac{1}{a}\right)=$ $=f\left(\frac{1}{a}\cdot f(a)\right)=f\left(\frac{1}{a}\cdot a\right)=f(1)=1$, откуда $f\left(\frac{1}{a}\right)=\frac{1}{a}$. Наконец, аналогично проверяется, что $f\left(\frac{1}{a^n}\right)=\frac{1}{a^n}$. Таким образом, все числа $a^n (n\in \mathbf{Z})$ — неподвижные точки. Из условия 2) заключаем, что $a=1$. Итак, при любом $x\in \mathbf{R}_+$ имеем $x\cdot f(x)=1$, откуда $f(x)=\frac{1}{x}$.

Обратно, легко проверить, что функция $\frac{1}{x}$ удовлетворяет условиям 1), 2).

XIV Международная физическая олимпиада

Теоретический тур

Задача 1

1) Очевидно, что частица остановится в начале координат. Поэтому из закона сохранения энергии получаем

$$E_к+F_x x_0=F_{тр}s,$$

откуда

$$s=\frac{1}{F_{тр}}(E_к+F_x x_0)=20{,}0 \text{ м}.$$

2) Потенциальная энергия частицы в поле силы F_x есть $E_п=F_x x+C$, где C — некоторая постоянная величина. Зависимость $E_п=E_п(x)$ (для случая $C=0$) представлена на рисунке 1.

3) Частица движется к стенке и от нее с постоянными ускорениями

$$a_{1x}=\frac{1}{m}(F_x+F_{тр}) \text{ и } a_{2x}=\frac{1}{m}(F_x-F_{тр})$$

соответственно. Из условия задачи следует, что $a_{1x}<0$, $a_{2x}<0$ и $a_1<a_2$. Качественные графики зависимости скорости v_x от координаты x для двух возможных значений начальной скорости частицы $v_{0x}>0$ и $v_{0x}<0$ представлены на рисунке 2, *а* и *б*. Заметим, что $v_x^2=2a(x_i-x)$, где a — модуль ускорения на данном участке движения, а x_i — координата точки остановки после очередного отскока от стенки. Поэтому график зависимости v_x^2 от координаты x (при $v_{0x}>0$ и $v_{0x}<0$) имел бы более простой вид (рис. 3, *а* и *б*).

Задача 2

1) Обозначим через U и I действующие значения напряжения и тока источника. Тогда

$$U=IZ=I\left(\frac{1}{R^2}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2\right)^{-1/2}.$$

Здесь

$$C=C_1+C_2,\quad L=\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}.$$

Мощность, выделяемая в резисторе, есть

$$P=\frac{U^2}{R}=\frac{I^2}{R}\,\frac{1}{\frac{1}{R^2}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}.$$

По условию задачи I есть постоянная величина, не зависящая от частоты генератора ω. Поэтому $P=P_м$ при условии $\omega_м C-\frac{1}{\omega_м L}=0$, или $\omega_м=\frac{1}{\sqrt{LC}}=10^5\ \text{с}^{-1}$.

Мощность уменьшится в два раза по сравнению с $P_м$ на частотах $\omega_\pm$, удовлетворяющих соотношению

$\omega_\pm C-\frac{1}{\omega_\pm L}=\pm\frac{1}{R}$, или $RL\omega_\pm^2 C\mp\omega_\pm L-R=0$, откуда

$$\omega_\pm=\frac{\pm L\pm\sqrt{L^2+4R^2LC}}{2RLC}.$$

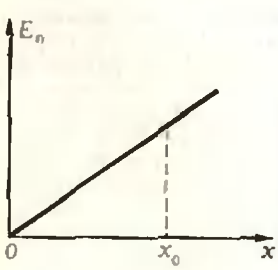


Рис. 1.

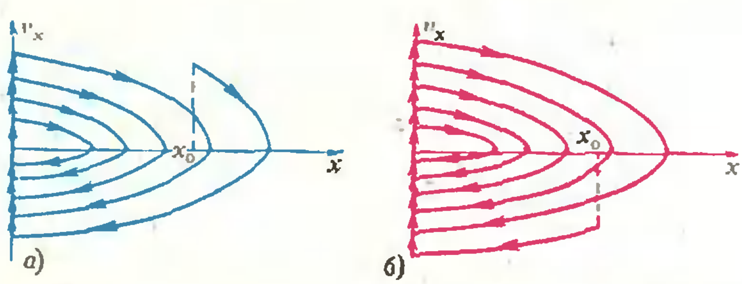


Рис. 2.

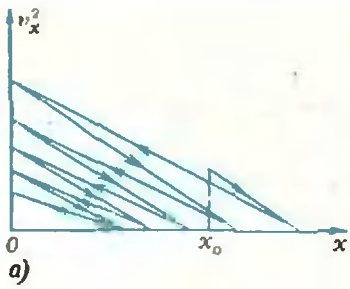


Рис. 3.

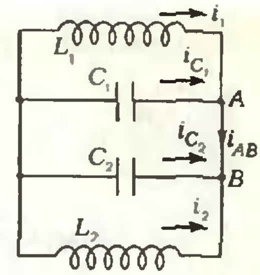


Рис. 4.

Знак «минус» перед корнем физического смысла не имеет, так что в итоге получаем

$$\Delta\omega = \omega_+ - \omega_- = \frac{1}{RC}.$$

$$\frac{\nu_м}{\Delta\nu} = \frac{\omega_м}{\Delta\omega} = R\sqrt{\frac{C}{L}} = R\omega_м C = \frac{R}{L\omega_м} = 150.$$

2) После размыкания ключа в контуре, состоящем из конденсаторов и катушек индуктивности (рис. 4), происходят свободные незатухающие колебания. Этот контур эквивалентен обычному колебательному контуру с параметрами $C = C_1 + C_2$ (параллельное соединение конденсаторов) и $L = L_1L_2/(L_1 + L_2)$ (параллельное соединение катушек). Поэтому частота свободных электромагнитных колебаний в цепи есть

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{\omega_м}{2\pi} \approx 15{,}9 \text{ кГц}.$$

3) При параллельном соединении идеальных катушек имеем

$$L_1\frac{di_1}{dt} = L_2\frac{di_2}{dt} = U.$$

Здесь U — напряжение на параллельно соединенных катушках и конденсаторах. Отсюда следует

$$L_1 i_1 = L_2 i_2 + L_2 i_0,$$

где i_0 — постоянная величина. Из данных задачи для момента времени t_0 найдем

$$i_0 = \frac{1}{L_2}(L_1 i_{01} - L_2 i_{02}) = -0{,}15 \text{ А}.$$

Этот результат физически означает, что в катушках циркулирует постоянный ток. Причиной возникновения этого тока могло быть, например, изменение внешнего магнитного поля.

Применяя I закон Кирхгофа, получим

$$i_1 + i_2 + i_{C_1} + i_{C_2} = i_1 + \frac{L_1}{L_2}i_1 - i_0 + (C_1 + C_2)\frac{dU}{dt} = i_1\left(1 + \frac{L_1}{L_2}\right) - i_0 + L_1(C_1 + C_2)\frac{d^2 i_1}{dt^2} = 0,$$

или

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{1}{CL}i_1 = \frac{1}{CL_1}i_0.$$

Решение этого дифференциального уравнения есть

$$i_1 = I_1\cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{L}{L_1}i_0,$$

где I_1 и φ — амплитуда и начальная фаза колебаний тока в катушке с индуктивностью L_1, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ — круговая частота свободных колебаний, совпадающая с резонансной частотой $\omega_м$. Теперь найдем ток на участке AB:

$$i_{AB} = i_1 + i_{C1} = i_1 + C_1\frac{dU}{dt} = i_1 + L_1C_1\frac{d^2 i_1}{dt^2} = I_1\cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{L}{L_1}i_0 - \frac{L_1C_1}{LC}I_1\cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Из данных задачи имеем $L_1C_1/(LC) = 1$, поэтому

$$i_{AB} = \frac{L}{L_1}i_0 = \frac{L_2}{L_1 + L_2}i_0 = -0{,}1 \text{ А}.$$

Мы получили, что на участке AB протекает только постоянный ток. Этот результат можно было бы предугадать, если заметить, что в нашей схеме $C_1L_1 = C_2L_2 = CL$. Это означает, что колебательные процессы в контурах C_1L_1 и C_2L_2 происходят с одной и той же частотой ω_0 независимо друг от друга.

4) Амплитуду колебаний тока I_1 в катушке с индуктивностью L_1 найдем из закона сохранения энергии. Рассматривая процесс незатухающих колебаний в контуре C_1L_1 и исключая постоянную составляющую тока в катушке, равную i_{AB}, запишем

$$\frac{L_1(i_{01} - i_{AB})^2}{2} + \frac{C_1U_0^2}{2} = \frac{L_1I_1^2}{2}.$$

Отсюда найдем

$$I_1 = \sqrt{(i_{01} - i_{AB})^2 + \frac{C_1}{L_1}U_0^2} \approx 0{,}204 \text{ А}.$$

Заметим, что решение этой задачи выходит за рамки нашей школьной программы и требует знаний хотя бы в объеме *факультативного курса физики*.

Задача 3

1) Волна не будет испытывать преломления на грани AC (см. рис. 3 в статье) при условии равенства показателей преломления:

$$a_1 + \frac{b_1}{\lambda_0^2} = a_2 + \frac{b_2}{\lambda_0^2} = n_0.$$

Отсюда

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500 \text{ нм}; \quad n_0 = 1{,}5.$$

Излучение с длиной волны $\lambda_0 = 500$ нм отно-

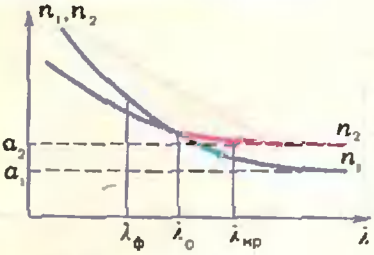


Рис. 5.

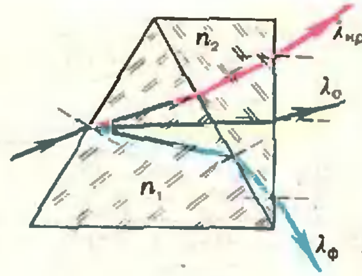


Рис. 6.

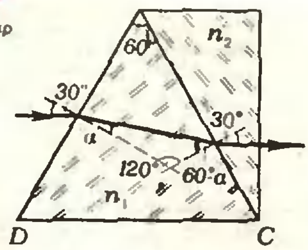


Рис. 7.

сится к зеленой области видимой части спектра.

2) Заметим, что показатели преломления обеих призм с увеличением длины волны излучения уменьшаются. Кроме того, поскольку по условию $b_1 > b_2$, для фиолетового излучения ($\lambda_ф < \lambda_0$) имеем $n_1 > n_2$, а для красного ($\lambda_{кр} > \lambda_0$) $n_1 < n_2$ (рис. 5). Качественный ход лучей в системе призм для трех различных длин волн ($\lambda_{кр} > \lambda_0$, λ_0 и $\lambda_ф < \lambda_0$) изображен на рисунке 6.

3) Угол наименьшего отклонения δ луча призмой с преломляющим углом A связан с показателем преломления n соотношением (вывод предоставляем читателям)

$$n = \frac{\sin(A+\delta)/2}{\sin A/2}.$$

В нашем случае система призм для излучения с длиной волны λ_0 работает как одиночная призма с показателем преломления $n_0 = 1{,}5$ и преломляющим углом $A = A_1 - A_2 = 30°$. Следовательно,

$$\delta = 2\arcsin(n_0 \sin A/2) - A = 15{,}68°.$$

4) На рисунке 7 изображен ход луча, падающего на систему призм и выходящего из нее параллельно основанию DC. На основании закона преломления можно записать

$$\sin\alpha = \frac{1}{2n_1},$$

$$\sin(60° - \alpha) = \frac{n_2}{2n_1}.$$

Отсюда после преобразований получаем уравнение для длины волны λ:

$$\lambda^4(3a_1^2 - a_2^2 - a_2 - 1) + \lambda^2(6a_1b_1 - 2a_2b_2 - b_2) + 3b_1^2 - b_2^2 = 0.$$

Подставляя числовые значения a_1, a_2, b_1 и b_2 и решая биквадратное уравнение, найдем

$$\lambda \approx 1200 \text{ нм}.$$

Задача 4

На рисунке 8 изображена так называемая диаграмма импульсов для рассматриваемых процессов. Здесь через $\vec{P}_i$, $\vec{P}_0$ и $\vec{P}_f$ обозначены импульсы фотонов, через $\vec{P}_{e1}$ и $\vec{P}_{e2}$ — импульсы электронов. Заметим, что рассматриваемый в условии задачи первый процесс рассеяния фотона на движущемся электроне является обращением во времени второго процесса — рассеяния на неподвижном электроне (эффекта Комптона). Отсюда сразу следует, что $\lambda_i = \lambda_f = 1{,}25 \cdot 10^{-10}$ м и $P_{e1} = P_{e2} = P_e$. Длину волны де Бройля электрона можно найти через его импульс P_e:

$$\lambda_e = \frac{h}{P_e}.$$

Для определения P_e достаточно применить законы сохранения энергии и импульса к любому из двух процессов рассеяния (например, ко второму):

$$h\nu_0 - h\nu_f = E_к,$$

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu_f}{c}\cos\theta + P_e\cos\varphi,$$

$$0 = \frac{h\nu_f}{c}\sin\theta - P_e\sin\varphi.$$

Здесь $E_к$ и P_e — кинетическая энергия и импульс электрона, φ — угол, определяющий направление его движения после рассеяния. Задача может быть доведена до конца различными путями. Можно, например, просто использовать известную формулу для эффекта Комптона, которая вытекает из написанных выше соотношений:

$$\lambda_f - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta),$$

где $h/(mc) = 0{,}24 \cdot 10^{-11}$ м — так называемая комптоновская длина волны. В этом случае решение получается совсем простым. Действительно,

$$E_к = h\nu_0 - h\nu_f = h\frac{c}{\lambda_0} - h\frac{c}{\lambda_f} =$$

$$= hc\frac{\lambda_f - \lambda_0}{\lambda_0\lambda_f} \approx \frac{hc}{\lambda_f^2}\frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \approx$$

$$\approx 1{,}56 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} \approx 97{,}4 \text{ эВ}.$$

Так как $E_к \ll mc^2 \approx 0{,}5$ МэВ, сразу ясно, что электрон нерелятивистский. Поэтому можно использовать классическую формулу

$$E_к = \frac{P_e^2}{2m}.$$

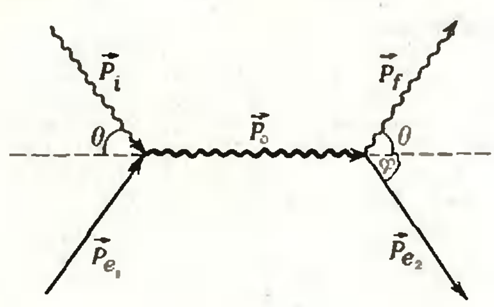


Рис. 8.

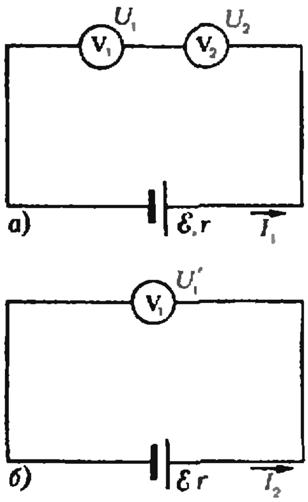


Рис. 9.

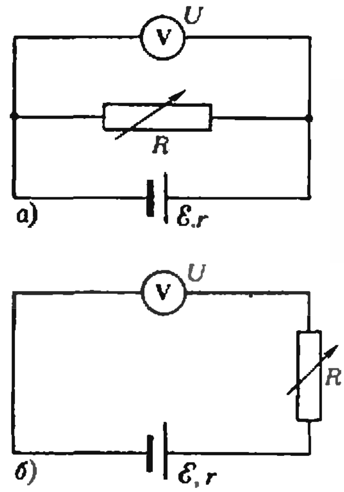


Рис. 10.

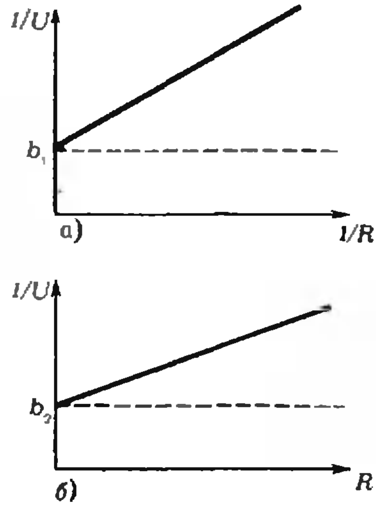


Рис. 11.

В итоге получим

$$\lambda_e = \frac{h}{P_e} = \frac{h}{\sqrt{2mE_к}} \approx 1{,}24 \cdot 10^{-10}\ м.$$

Если «готовая» формула Комптона решающему неизвестна, то придется искать импульс электрона из уравнений, выражающих законы сохранения энергии и импульса. Но тогда возникает вопрос, какими формулами описывать электрон — релятивистскими или классическими. В данном случае оба решения дают одинаковый результат, но при использовании с самого начала классических формул необходимо дать обоснованное заключение, что электрон нерелятивистский. Предоставляем читателям возможность самостоятельно довести решение задачи до конца. Для справок укажем, что кинетическая энергия $E_к$ и импульс P частицы с массой покоя m связаны в релятивистском случае соотношением

$$P^2c^2 = E_к(E_к + 2mc^2),$$

из которого при $E_к \ll mc^2$ получается классическое соотношение $E_к = P^2/(2m)$.

В заключение подчеркнем, что данная задача далеко выходит за рамки нашей школьной программы.

Задача 5

Решение этой задачи, которая не входила в официальный зачет олимпиады, мы здесь приводить не будем. Предлагаем ее читателям для самостоятельного разбора.

Экспериментальное задание

1) На рисунке 9 изображены две схемы. В первой из них оба вольтметра подключены к источнику последовательно, во второй используется только один вольтметр. Обозначим через U_1, U_2 и U_1' показания вольтметров и через I_1 и I_2 — токи в цепях. Тогда

$$U_1 + U_2 = \mathcal{E} - I_1 r,\quad U_1' = \mathcal{E} - I_2 r.$$

Заметим, что

$$\frac{U_1}{U_1'} = \frac{I_1}{I_2}.$$

Из этих соотношений получим

$$\mathcal{E} = \frac{U_2 U_1'}{U_1' - U_1}.$$

Таким образом, для определения ЭДС источника достаточно использовать две схемы.

2) Вольтметр и магазин сопротивлений можно подключать к источнику двумя способами (рис. 10). Предполагается, что в ходе эксперимента сопротивление R магазина изменяется, и при каждом значении R производится отсчет показаний вольтметра U. В случае *а*) связь между U и R выражается формулой

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{\mathcal{E}}\left(1 + r\left(\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R}\right)\right),$$

где r и R_V — внутренние сопротивления источника и вольтметра соответственно. Отсюда видно, что зависимость величины $1/U$ от $1/R$ — линейная. По экспериментальным данным можно построить соответствующий график (рис. 11, *а*). По наклону графика и по точке пересечения с осью ординат можно определить величины

$$k_1 = \frac{r}{\mathcal{E}} \ и\ b_1 = \frac{R_V + r}{\mathcal{E}R_V}.$$

В случае *б*) имеем соотношение

$$\frac{1}{U} = \frac{R_V + r}{\mathcal{E}R_V} + \frac{R}{\mathcal{E}R_V}.$$

Здесь линейной зависимостью связаны величины $1/U$ и R. По экспериментальным данным строится соответствующий график (рис. 11, *б*), и из него определяются

$$k_2 = \frac{1}{\mathcal{E}R_V} \ и\ b_2 = \frac{R_V + r}{\mathcal{E}R_V}.$$

Следовательно, эксперимент позволяет найти следующие параметры:

$$k_1 = \frac{r}{\mathcal{E}},\ k_2 = \frac{1}{\mathcal{E}R_V} \ и\ b = b_1 = b_2 = \frac{R_V + r}{\mathcal{E}R_V}.$$

Отсюда для $\mathcal{E}$, r и R_V получаются квадратные уравнения, имеющие по два положительных решения. Таким образом, предлагаемый метод без дополнительных данных не позволяет однозначно определить искомые величины

Окончательно расчетные формулы для $\mathscr{E}$, r и R_V могут быть записаны в виде

$$r_{1,2}=\frac{b\pm\sqrt{b^2-4k_1k_2}}{2k_1};\ \mathscr{E}_{1,2}=\frac{1}{k_2}r_{1,2};$$
$$R_{V_{1,2}}=r_{2,1}.$$

3) Погрешности измерений определяются, в основном, классом точности используемых вольтметров. Отметим здесь, что существенную роль играет также соотношение параметров вольтметров и источника. Например, при выполнении первой части задания максимальная точность достигается в случае, когда внутреннее сопротивление источника и сопротивления обоих вольтметров одного порядка. Если один из вольтметров высокоомный, а другой низкоомный, рассмотренный способ даст плохой результат. Если у одного из вольтметров $R_V \gg r$, то лучше всего измерять ЭДС источника с помощью одной схемы, приведенной на рисунке 9, *б* (в этом случае $\mathscr{E}\approx U_1'$). Заметим, что в ходе эксперимента могла заметно проявиться нестабильность источника, что нередко наблюдается, например, у батареек для карманного фонарика при протекании достаточно большого тока. В этом случае графики (см. рис. 11) перестают быть линейными, что может привести к большой ошибке.

«Квант» для младших школьников

(см. с. 31)

1. Пусть первое число $10a+b$, а второе — $10c+d$; тогда $A=100ac+10(ad+bc)+bd$, а число $B=(10b+a)(10d+c)=100bd+10(bc+ad)+ac$. Таким образом, $A-B=99(ac-bd)$.

2. Из рисунка 12 видно, что закрашенная и незакрашенная части звезды равносоставлены.

3. Если в турнире играет k шахматистов и каждый встречается с каждым по разу, то всего в турнире играется $\frac{k(k-1)}{2}$ партий. Предположим, что в этом году в турнире играет x шахматистов, а в прошлом году их было y. Тогда по условию

$$\frac{3}{8}\cdot\frac{x(x-1)}{2}=\frac{y(y-1)}{2}.$$

Таким образом, $\frac{3}{16}x(x-1)$ — целое число, то есть или x, или $x-1$ делится на 16. Так как $2\leqslant x<30$, то x может равняться 16 или 17. Если $x=16$, то $\frac{3}{8}\cdot\frac{x(x-1)}{2}=\frac{3}{8}\cdot 120=45$ и уравнение $\frac{y(y-1)}{2}=45$ имеет решения $y=10$, $y=-9$, из которых второе нам не годится. Если $x=17$, то $\frac{3}{8}\cdot\frac{x(x-1)}{2}=\frac{3}{8}\cdot 136=51$ и уравнение $\frac{y(y-1)}{2}=51$ не имеет целых решений. Итак, $x=16$ и $y=10$, то есть в этом году в турнире играет 16 шахматистов (а в прошлом году играло 10).

Кстати, если бы первый гроссмейстер не обмолвился, что в турнире участвует меньше 30 человек, задача имела бы не одно решение. Например, нашему уравнению удовлетворяют числа $x=65$, $y=40$.

4. Да, существует. Одна из таких фигур изображена на рисунке 13.

5. 2 — красный, 3 — желтый, 4 — синий, 5 — оранжевый, 6 — фиолетовый, 7 — зеленый.

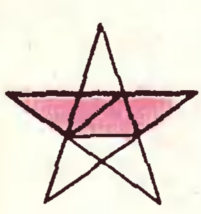


Рис. 12.

Рис. 13.

«Квант» для младших школьников

(см. «Квант» № 11)

1. На всех двойных листах эта сумма одинакова.

2. Пусть это число $10x+y$; тогда $10x+y=2xy$, откуда $y=2k$, где $0<k<5$. Подставив $y=2k$ и сократив на 2, получим $5x+k=2xk$, или $5x=(2x-1)k$. Отсюда $2x-1$ делится на 5. Это может быть только при $x=3$ и $x=8$. В первом случае $k=3$ и число равно 36. Во втором случае получаем уравнение $40=15k$, которое противоречит тому, что k — натуральное число.

0	1	1	4	4	4	6	1
0		6	6	6	0		3
0	4	1	3	4	2	3	4
0	6	5			2	5	3
5	3	4			6	0	3
5	2	1	5	2	0	4	2
5		1	1	3	6		5
6	5	2	2	2	1	3	0

Рис. 14.

Можно показать, что 36 является единственным натуральным числом (а не только — единственным двузначным числом), вдвое большим произведения его цифр.

3. $2^7=128$, $19^2=361$, $289=17^2$, $87^2=7569$, $6084=78^2$.

4. Общее количество очков на всех костях комплекта домино равно 168, поэтому сумма очков в каждой строке и каждом столбце равна 21. Из первого столбца получаем $3y+z=21$, а из второй строки — $3z+v=21$. Из первого уравнения следует, что z делится на 3, а из второго, что v делится на 3. Значит, одно из этих чисел равно 3, а другое 6. Если $z=3$, а $v=6$, то $3z+v=15$, а не 21. Если же $z=6$, $v=3$, то второе уравнение удовлетворяется, а из первого уравнения получаем, что $y=5$. Из четвертой строки находим $u=2$, из пятой — $x=4$, из первой — $w=1$. Окончательное решение изображено на рисунке 14.

5. Ключом к решению этой задачи является тот факт, что видимые (угловые) размеры Солнца и Луны одинаковы, что особенно хорошо наблюдать во время солнечных затмений. Поэтому из подобия следует, что радиус Солнца в 387 раз больше радиуса Луны, а объем Солнца в 387^3 раз больше объема Луны.

Наша анкета

Дорогие читатели! Для улучшения работы журнала нам очень важно знать ваше мнение о публикуемых в «Кванте» материалах. Просим ответить на вопросы нашей анкеты.

1. Ваши фамилия, имя, отчество, возраст, место учебы (город, школа, класс) или работы (профессия, специальность), круг интересов (математика, физика).
2. С какого года вы читаете «Квант»? Ваше отношение к журналу в целом.
3. Сколько человек читают ваши номера «Кванта»?
4. Материалы каких рубрик журнала вас интересуют и доступны для вас? Какие не интересуют или не нравятся?
5. Назовите 2—3 лучшие статьи (за 1982—1983 годы) из разных рубрик журнала.
6. Справляетесь ли вы с задачами из Задачника «Кванта»?
7. Статьи на какие темы вы хотели бы видеть в «Кванте» в 1984 году?
8. Дополнительные замечания и пожелания.

Ответы высылайте на отдельном листе бумаги, сохранив нумерацию вопросов, до 20 февраля 1984 года по адресу: 103006, Москва, К-6, ул. Горького, дом 32/1, «Квант», «Анкета».

Номер оформили:
С. А. Волохов, М. Б. Дубах, А. И. Климанов, Н. С. Кузьмина, А. К. Малкин, Э. В. Назаров, И. Е. Смирнова, Е. К. Тенчурина
Фото С. И. Ермакова

Заведующая редакцией Л. В. Чернова

Главный художник Э. А. Смирнов

Художественный редактор Т. М. Макарова

Корректор Н. Д. Дорохова

103006, Москва, К-6, ул. Горького, 32/1, «Квант», тел. 250-33-54

Сдано в набор 19.10.83. Подписано к печати 18.11.83
Печать офсетная
Бумага $70\times108^1/_{16}$. Усл. печ. л. 5,6. Усл. кр.-отт. 23,8
Уч.-изд. л. 7,16. Т-22214
Цена 40 коп. Заказ 2795. Тираж 166131 экз.

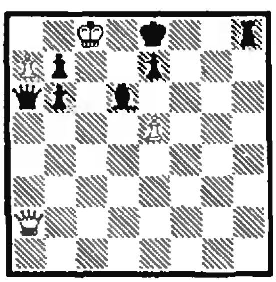
Ордена Трудового Красного Знамени
Чеховский полиграфический комбинат
ВО «Союзполиграфпром»
Государственного комитета СССР
по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли
г. Чехов Московской области

Консультирует — чемпион мира по шахматам, международный гроссмейстер А. Е. Карпов. Ведет страничку мастер спорта СССР по шахматам, кандидат технических наук Е. Я. Гик.

ГРОССМЕЙСТЕР ПО КОМПОЗИЦИИ

К началу этого года у нас в стране насчитывалось 60 действующих (то есть обладающих рейтингом) гроссмейстеров — 45 мужчин и 15 женщин. Иначе дело обстоит в области шахматной композиции. Если говорить об этюдном творчестве (более близком практической игре), то за всю историю этого жанра лишь четверо наших этюдистов получили высшее звание — международного гроссмейстера по шахматной композиции. Это В. Корольков, Г. Каспарян, В. Брон, Г. Надарейшвили.

Сегодняшняя страничка посвящена нашему старейшему этюдисту Владимиру Королькову. Он является автором самых разнообразных шахматных произведений, в том числе с применением ретроанализа. Как мы знаем, этот раздел композиции связан с решением логических, а иногда и математических проблем.

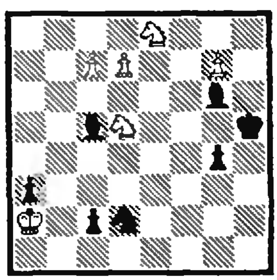


В. Корольков, 1947 г.
Ничья

Белая пешка прошла далеко, но этим обстоятельством надо умело воспользоваться. Не проходит, например, 1.Ф:а6 bа 2.а8Ф Крf7+ 3.Крb7 Л:а8, и черные побеждают. **1.а8Ф Ф:а8+ 2.Ф:а8 Крf7+ 3.Крd7 Л:а8 4.е6+ Крg7.** И неожиданно выясняется, что на доске пат. Решение получилось не очень сложным, но здесь есть один нюанс. Почему вместо 2...Крf7+ черные не рокировались? Ведь в этом случае после 4.е6 пешка продвигалась без шаха, и надежды спастись при помощи пата не оправдывались.

Однако возможна ли рокировка черных? Для ответа на этот вопрос надо провести ретроанализ позиции. Белый король мог попасть в лагерь черных только через поле d7, но тогда черный король должен был уступить ему дорогу. А раз черный король двигался, значит, рокировка невозможна.

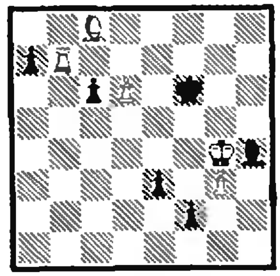
В. Корольков является также большим мастером изобразительных задач, в которых исходное расположение фигур или их перемещение в процессе решения изображает какую-нибудь геометрическую фигуру или букву, символизирует определенное событие или праздничную дату. Вот один из самых известных изобразительных этюдов автора, посвященный легендарной Первой конной армии, которой командовал Маршал Советского Союза С. М. Буденный. Этюд так и называется «Конница Буденного».



В. Корольков, 1937 г.
Выигрыш

Черные угрожают превратить свою пешку в коня и объявить мат — 1...с1К+ 2.Крa1 Кdb3×. Однако белая конница в этом сражении в конце концов выйдет победительницей.

1.Кf4+ Крh6 2.g8К+! Крh7 3.Кgf6+ Крh6 4.К:g4+ Крh7 5.Кef6+ Крg7 6.Ке6+ Крf7 7.d8К+! Кре7 8.с8К×! Все три пешки белых превратились в коней, и в результате мы имеем фантастический мат пятью конями, причем, как говорят композиторы, правильный мат — каждое поле вокруг черного короля контролируется ровно одной фигурой.

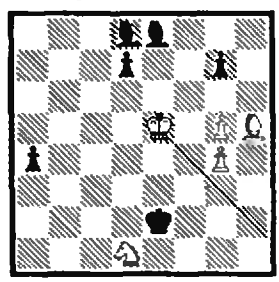


В. Корольков, 1935 г.
Выигрыш

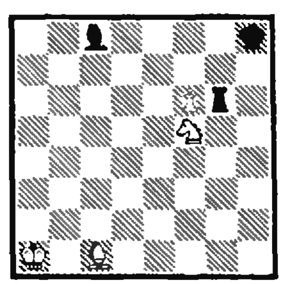
Этот этюд в свое время произвел сильное впечатление даже на корифеев шахматной композиции. Поражает, с какой легкостью автору удалось заставить ладью b7 сделать «ход слоном» — перебраться в угол доски, на поле а8, причем без всяких взятий! **1.d7 Кре7 2.Лb8! С:g3! 3.Ла8! f1Ф 4.d8Ф+ Кр:d8 5.Са6+ Сb8! 6.С:f1 Крс7 7.Са6 е2! 8.С:е2 Крb7 9.Сf3! Кр:а8 10.С:с6×.** Пикантный финал!

Еще два этюда Королькова предлагаются в качестве заключительных конкурсных заданий этого года. О трех других гроссмейстерах-этюдистах мы расскажем в будущем году.

Конкурсные задания



23. Ничья.



24. Выигрыш.

Срок отправки решений — 25 февраля 1984 г. (с пометкой на конверте «Шахматный конкурс «Кванта», задания 23, 24»). Список победителей конкурса будет опубликован в «Кванте», 1984, № 5.

Цена 40 коп.

Индекс 70465

Так выглядит траектория астероида Торо в системе координат, вращающейся вокруг Солнца вместе с Венерой. Венера совершает 13 оборотов вокруг Солнца за 8 лет. В этой системе координат за 8 лет звездное небо сделает 13 оборотов, а Торо сделает полный оборот по пятилепестковой розетке. Астероиду Торо посвящена заметка в этом номере журнала.